



O problema dos coelhos

Objetos de conhecimento	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> Sequências recursivas e não recursivas. 	<ul style="list-style-type: none"> (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Objetivos	
<ul style="list-style-type: none"> Identificar a regularidade de uma sequência numérica. Reconhecer sequências recursivas e não recursivas. 	
Recursos utilizados	
<ul style="list-style-type: none"> Laboratório de informática. Lápis grafite. 	<ul style="list-style-type: none"> Folha impressa com as atividades descritas na etapa 2.

Quantidade estimada de aulas

- 4 aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

Desenvolvimento da sequência didática

1ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

Nesta etapa, os alunos trabalharão com o reconhecimento de regularidades em sequências numéricas. Para isso, será necessária a utilização do laboratório de informática.

Atividade 1

Inicie a aula apresentando a eles o problema a seguir, criado por Fibonacci, também conhecido por Leonardo de Pisa (1175-1250), sendo ele um famoso matemático italiano.

Escreva o problema na lousa e solicite aos alunos que o copiem no caderno.

Fibonacci criou uma sequência com base na observação do crescimento de uma população de coelhos. Os números dessa sequência descrevem a quantidade de casais de coelhos após n meses, considerando as seguintes informações:

- no primeiro mês, temos um casal de coelhos que acabaram de nascer;
- um casal atinge a fase reprodutiva ao final de um mês;
- ao atingir a fase reprodutiva, cada casal gera outro casal de coelhos por mês;
- o período de gestação dura um mês;
- nenhum coelho morre durante o ano.

Sequência didática 4

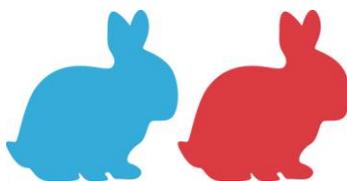
Com base nessas informações, partindo de um casal jovem, quantos casais de coelhos são gerados após um ano?

Organize os alunos em pequenos grupos, com no máximo 4 alunos, e permita que eles discutam livremente sobre qual seria a quantidade de coelhos gerados em um ano por um casal de coelhos jovens. Em seguida, incentive-os a compartilhar suas hipóteses e/ou conclusões. Por meio delas, observe as dificuldades e/ou os equívocos e, assim, realize as intervenções que considerar necessárias.

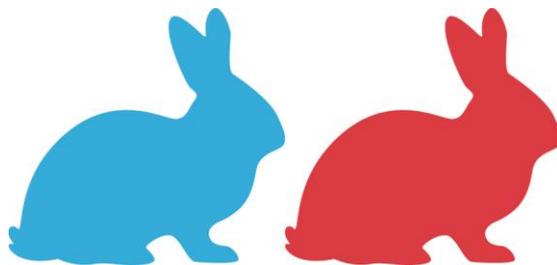
Após isso, represente, na lousa, um esquema indicando os primeiros seis meses e converse com os alunos sobre a representação em cada etapa. No esquema a seguir, os coelhos pequenos representam os coelhos jovens, e os grandes, os coelhos adultos no período de gestação: azul para o macho e vermelho para a fêmea.

- No 1º mês, havia apenas **1 casal** de coelhos. Eles são jovens e ainda não estão na fase reprodutiva.

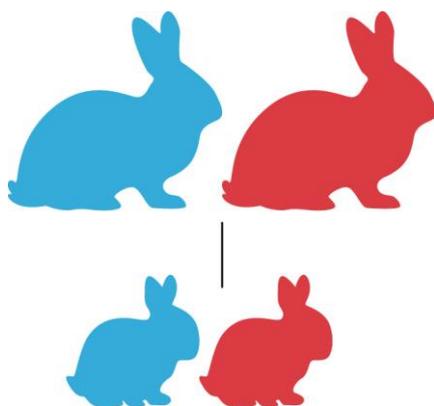
Ilustrações: Ana Alexius



- No 2º mês, os coelhos cresceram e atingiram a fase adulta. Eles acasalam e estão no período de gestação. Ainda são apenas **1 casal**.



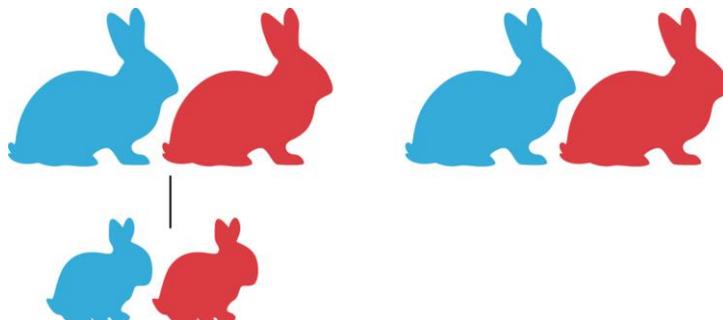
- No 3º mês, o casal original deu à luz um par de coelhos, totalizando **2 casais**.



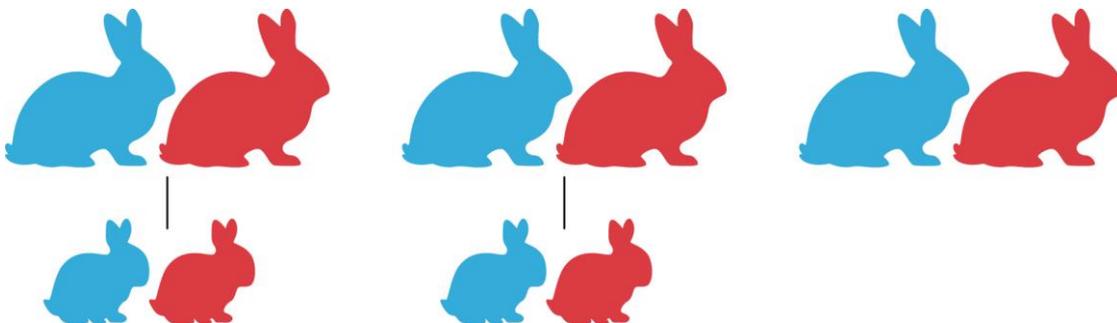
Sequência didática 4

- No 4º mês, o casal original deu à luz um novo par de coelhos. O segundo casal, também, atinge a fase adulta e acasalam, entrando no período de gestação, totalizando **3 casais**.

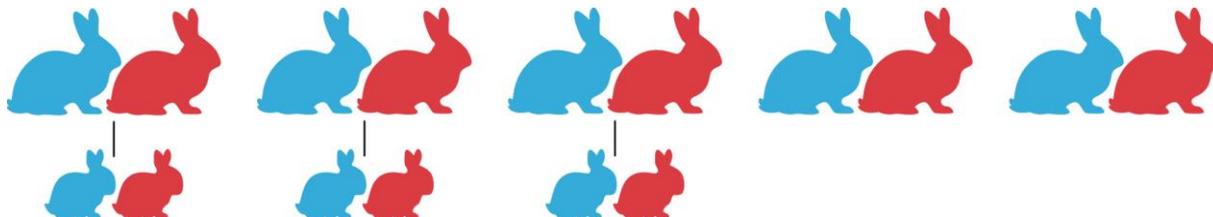
Ilustrações: Ana Alexius



- No 5º mês, o casal original deu à luz mais um par de coelhos. O segundo casal, também, deu à luz um par de coelhos, totalizando **5 casais**.



- No 6º mês, o casal original deu à luz mais um par de coelhos. Os segundo e o terceiro casais deram à luz um par de coelhos cada, totalizando **8 casais**.



Após as conclusões referentes à sequência de Fibonacci, leve os alunos ao laboratório de informática e solicite a eles que levem caderno e lápis grafite para anotações.

Organize os alunos em trios e peça que pesquisem a história de Leonardo de Pisa, bem como o problema dos coelhos. Reforce com eles a importância de verificar fontes confiáveis durante a pesquisa.

Caso os alunos tenham dificuldades em encontrar as informações necessárias, oriente-os a utilizar o endereço eletrônico para obterem um simulador:

<<http://www.cienciamao.usp.br/dados/tex/fibonacciproblemadoscoelhos.flash.swf>>. Acesso em: 30 set. 2018. Nesse caso, para uso em sala de aula com o auxílio de um projetor ou no laboratório de informática, é importante testar, antecipadamente, a execução do arquivo do simulador, confirmando se não ocorrem problemas na reprodução decorrentes da configuração de *hardwares* ou *softwares*.

Deixe os alunos explorarem o simulador, observando cada um dos grupos o desenvolvimento e comentando sobre a importância de auxiliar uns aos outros durante a realização da atividade. Em

Sequência didática 4

seguida, escreva, na lousa, o quadro abaixo e peça aos alunos que o copiem no caderno. Proponha o preenchimento de, pelo menos, oito linhas da tabela durante a simulação.

Mês	Quantidade de casais jovens	Quantidade de casais adultos	Quantidade total de casais
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
...

Para finalizar, solicite aos alunos que apresentem a resolução no quadro. Leve-os a observar as regularidades e, caso demonstrem dificuldades, enfatize o fato de que, a partir do terceiro mês, a soma entre a quantidade total de casais jovens e adultos dos dois meses anteriores gera a quantidade total do mês seguinte.

2ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

Nessa etapa, os alunos serão convidados a resgatar a ideia de sequência recursiva: quando a obtenção de qualquer termo depende de termos anteriores, como no caso do problema dos coelhos. Relembre esse conceito relacionando-o ao problema dos coelhos apresentado anteriormente.

Para essa etapa, providencie, antecipadamente, cópias impressas com os exercícios descritos na atividade 2. Caso não seja possível imprimi-las, coloque as atividades na lousa, solicitando aos alunos que as anotem no caderno.

Atividade 1

Inicie a aula retomando o quadro que os alunos preencheram na etapa anterior. Utilize a sequência do total de casais a cada mês para lembrar o conceito de recursão.

Proponha aos alunos que escrevam e comentem sobre as regularidades percebidas na sequência. Caso não proponham nenhuma regularidade válida, apresente a eles que cada termo corresponde à soma dos dois anteriores.

Explique aos alunos que uma sequência pode ser definida de maneira recursiva, ou seja, quando a obtenção de um termo qualquer depende de termos anteriores a ele, ou de maneira não recursiva, quando a obtenção de qualquer termo dessa sequência não depende de termos anteriores a ele.

Mencione aos alunos que, para verificar a recursividade de uma sequência, se faz necessário conhecer o primeiro termo, a regra de formação dessa sequência e o termo anterior ao que quer obter. Explique, ainda, que representamos os termos de uma sequência por uma letra e um índice. Por exemplo, o primeiro termo representamos por a_1 , o segundo termo por a_2 , o terceiro por a_3 , e assim por diante. Representamos por a_n um termo qualquer da sequência.

Sequência didática 4

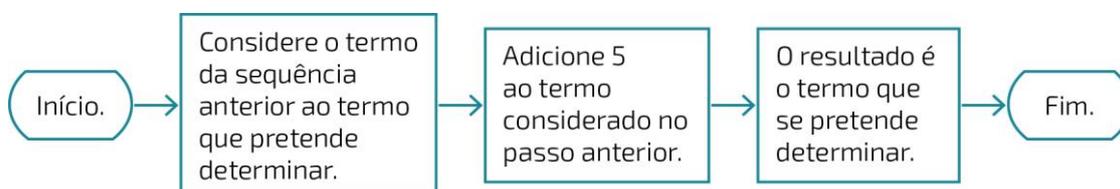
Exemplo:

$$a_n = a_{n-1} + 5, \text{ para } n > 1 \text{ com } a_1 = 3$$

Escrevemos essa sequência da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a_1 &= 3 \\ a_2 &= 3 + 5 = 8 \\ a_3 &= 8 + 5 = 13 \\ a_4 &= 13 + 5 = 18 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Em seguida, mostre aos alunos que, para determinar qualquer termo dessa sequência, podemos utilizar o fluxograma a seguir:



Depois de apresentar aos alunos a definição de sequência recursiva, comente sobre as sequências não recursivas.

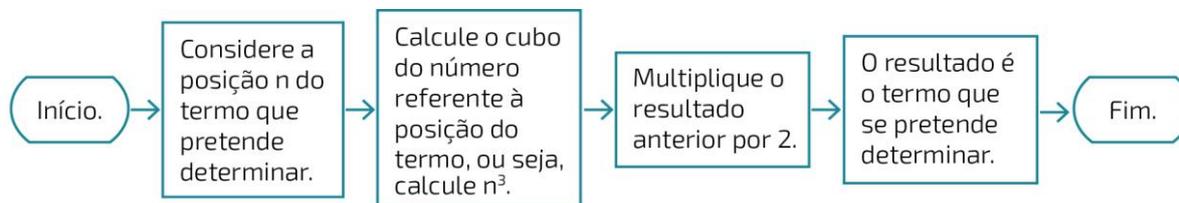
Registre, na lousa, outros exemplos de sequências como, por exemplo:

$$a_n = n^3 \cdot 2, \text{ para } n \geq 1$$

Escrevemos essa sequência da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1^3 \cdot 2 = 2 \\ a_2 &= 2^3 \cdot 2 = 16 \\ a_3 &= 3^3 \cdot 2 = 54 \\ a_4 &= 4^3 \cdot 2 = 128 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Em seguida, apresente aos alunos que, para determinar qualquer termo dessa sequência, podemos utilizar o fluxograma:



Leve-os a perceber que qualquer termo dessa sequência pode ser obtido com base na posição n que ele ocupa por meio do seu **termo geral**, que é dado por $a_n = n^3 \cdot 2$.

Em seguida, proponha atividades referentes a sequências recursivas e não recursivas apresentadas na atividade 2.

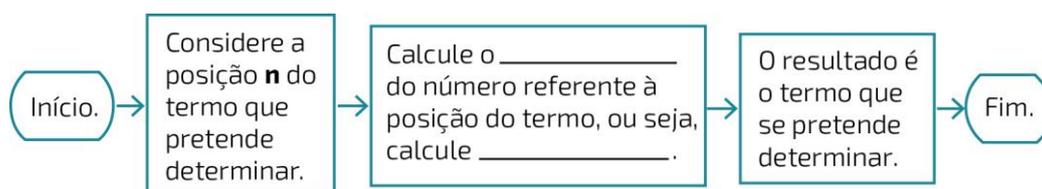
Sequência didática 4

Atividade 2

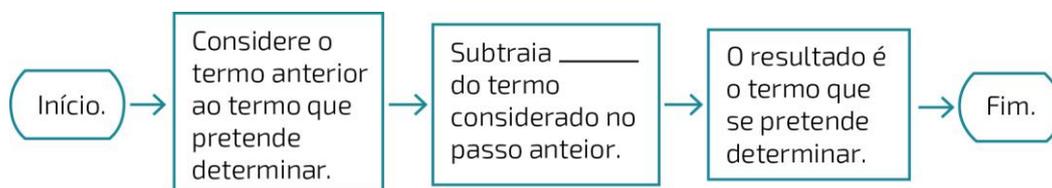
Entregue a cada aluno uma cópia das atividades sobre sequências recursivas e não recursivas.

- Escreva os próximos três termos de cada sequência. Em seguida, complete o fluxograma por meio do qual seja possível obter os termos da sequência.

a) (1, 5, 10, 15, 20, _____, _____, _____, ...)

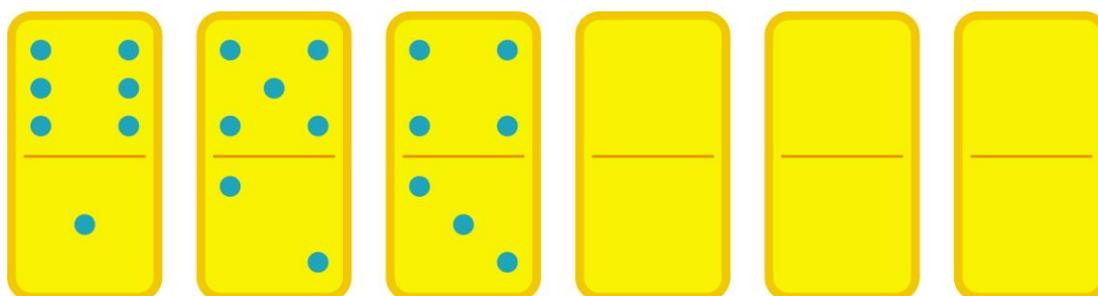


b) (31, 27, 23, 19, 15, _____, _____, _____, ...)



- Defina, no caderno, uma sequência recursiva, apresentando o primeiro termo e a regra para a obtenção dos termos seguintes a partir dele e dê para um colega escrever os cinco primeiros termos dessa sequência. Depois, verifique se os números indicados por ele estão corretos.
- Observe as peças de dominó. Em seguida, desenhe as bolinhas de acordo com a sequência observada.

Ilustração: Ana Alexius



Respostas:

1. a) 25; 30; 35. "Calcule o quádruplo ... calcule $5n$ ".

b) 11; 7; 3. "Subtraia 4..."

2. A resposta depende da sequência recursiva definida pelo aluno.

3. Espera-se que os alunos percebam que o total de bolinhas em cada peça é 7 e que, a partir da segunda peça, as bolinhas na parte de cima diminuem uma unidade e as de baixo aumentam uma unidade, ou seja, as três últimas peças devem apresentar 3 bolinhas em cima e 4 embaixo; 2 bolinhas em cima e 5 embaixo; 1 bolinha em cima e 6 embaixo, nessa ordem, da esquerda para a direita.

Avaliação

Aproveite o desenvolvimento das aulas e a realização das atividades propostas para fazer uma avaliação contínua da aprendizagem e da participação dos alunos. Por meio dessa avaliação, procure observar, acompanhar e até mesmo fazer intervenções necessárias para que a aprendizagem seja significativa.

As questões abaixo irão auxiliá-lo na avaliação do desenvolvimento das habilidades trabalhadas nesta sequência pelos alunos. Você pode reproduzi-las na lousa ou fazer as perguntas oralmente.

1. Qual a regularidade da sequência apresentada no problema do coelho?

Resposta esperada: A partir do terceiro mês, a soma entre a quantidade de casais jovens e adultos dos dois meses anteriores gera a quantidade total do mês seguinte.

2. O que é necessário para definir uma sequência recursiva?

Para definir uma sequência recursiva, é necessário conhecer o primeiro termo, a regra de formação dessa sequência e o termo anterior ao que se quer obter.

Seguem algumas questões que podem ser reproduzidas na lousa para auxiliar o aluno no processo de autoavaliação.

Autoavaliação	Sim	Não
• Prestei atenção na explicação do professor?		
• Realizei as atividades propostas com empenho?		
• Compreendi a diferença entre as regras de sequências recursivas e as de não recursivas?		