

Princípio da Contagem

Objetos de conhecimento	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral. 	<ul style="list-style-type: none"> (EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo. (EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
Objetivos	
<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer a ideia do princípio multiplicativo da contagem. Resolver problemas envolvendo o princípio multiplicativo da contagem. Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento. 	
Recursos utilizados	
<ul style="list-style-type: none"> Dados de seis faces numerados de 1 a 6. Papel sulfite. Lista de atividade impressa. 	<ul style="list-style-type: none"> Lápis grafite. Borracha.

Quantidade estimada de aulas

- 5 aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

Desenvolvimento da sequência didática

1ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

Nessa etapa, os alunos serão levados a reconhecer a ideia do princípio multiplicativo da contagem para resolver situações-problema.

Atividade 1

Inicie a aula conversando com a turma. Faça alguns questionamentos para avaliar o conhecimento prévio dos alunos sobre o princípio multiplicativo da contagem. Algumas sugestões de perguntas são:

- o que conseguimos determinar usando o princípio multiplicativo da contagem?
- qual a importância do princípio multiplicativo da contagem na resolução de problemas envolvendo combinações?
- o que é um diagrama de árvore e um quadro de possibilidades?

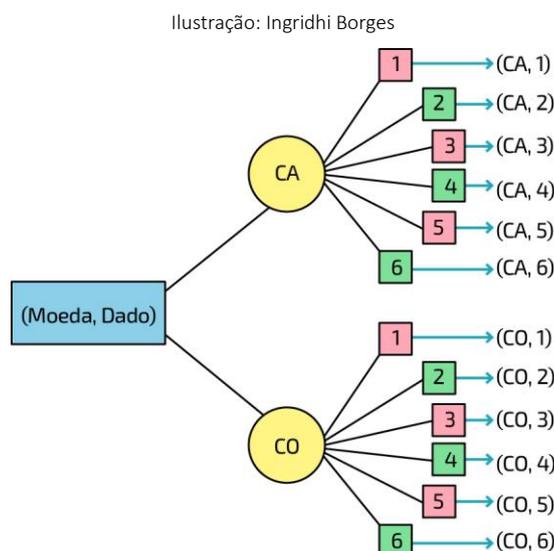
Neste momento permita que eles se expressem livremente, deem suas opiniões e troquem ideias com os colegas, proporcionando um espaço de discussão.

Sequência didática 9

Para verificar se os alunos compreendem a ideia de princípio multiplicativo da contagem, proponha a seguinte atividade para resolverem em duplas. Transcreva-a na lousa e peça que os alunos copiem no caderno e a resolvam.

1. Laura tem uma moeda e um dado de seis faces numerado de 1 a 6. Ela vai lançar consecutivamente a moeda e o dado.
 - a) Construa um diagrama de árvore de possibilidades para representar os possíveis pares de resultados do lançamento da moeda e do dado.
 - b) Quantas possibilidades de pares podem ser obtidas no lançamento da moeda e do dado?

Resposta: 1. a) CA: cara; CO: coroa.



b) 12 possibilidades.

Durante a resolução, auxilie os alunos com dificuldades em montar a árvore de possibilidades para representar todos os possíveis pares de resultados do lançamento da moeda e do dado. Na resolução do item **b** da questão, verifique as estratégias utilizadas e se os alunos apenas contaram uma por uma as possíveis combinações de resultados do lançamento ou se usaram o princípio multiplicativo da contagem, realizando a multiplicação de 2 por 6, o que resulta em 12 pares.

Pergunte: “Por que, multiplicando 2 por 6, podemos obter a quantidade total de pares ordenados diferentes que se podem formar após o lançamento da moeda e do dado?” Como resposta espera-se que os alunos digam que para cada face da moeda, que são 2, dispomos de 6 possibilidades para a face do dado. De maneira análoga, podemos dizer que, para cada face do dado, que são 6, dispomos de 2 possibilidades para a face da moeda. Portanto, tem-se 12 (duas vezes seis ou seis vezes dois) possibilidades para seus resultados.

Comente que contar objetos é uma ação simples e natural, no entanto, há situações em que a contagem normal pode ser demorada ou até mesmo incompatível com o que queremos contar, como nos casos de possibilidades onde temos que agrupar e combinar de todas as formas possíveis elementos de conjuntos distintos. Para isso, para determinar quantas são as possibilidades ou combinações de uma dada situação, usamos o princípio multiplicativo da contagem. Uma maneira de organizar e representar todas essas possibilidades é usar o diagrama árvore de possibilidades e o quadro de possibilidades.

Por fim, sistematize a ideia do princípio multiplicativo da contagem:

- se uma decisão d_1 pode ser tomada de m maneiras e, depois de tomada essa decisão, a decisão d_2 puder ser tomada de n maneiras, então a quantidade de maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2 é $m \cdot n$.

Ao final, realize a correção da atividade, solicitando que algum aluno transcreva sua resolução na lousa, intervindo quando julgar necessário. Faça perguntas e converse com os alunos a respeito do conteúdo estudado.

Atividade 2

Proponha aos alunos uma lista de atividades para resolverem em duplas. Para isso, providencie com antecedência a lista de atividades impressa e entregue para cada aluno.

1. Na lanchonete “Seu Sanduba”, os clientes podem montar seu próprio sanduíche, escolhendo o tipo de pão, recheio e salada. No quadro a seguir estão apresentadas as opções de pão, recheio e salada para montar o sanduíche.

Tipo de pão	Recheios	Saladas
Italiano	Peito de peru	Tomate e alface
Francês	Carne e queijo	Rúcula
Integral	Atum	

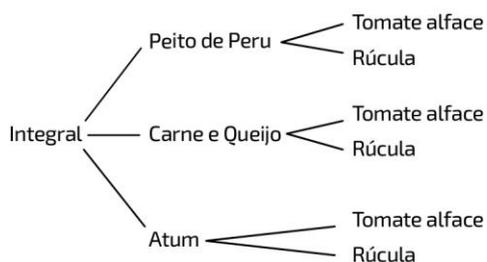
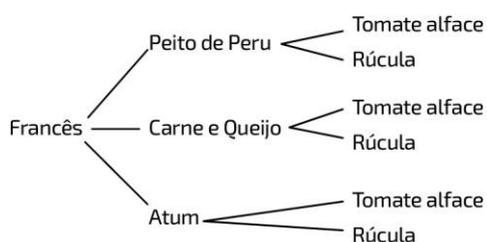
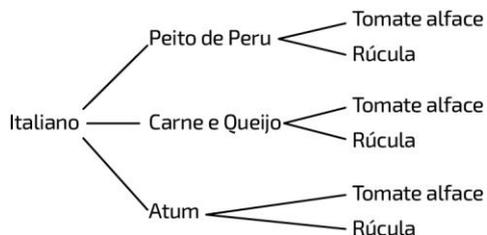
- a) Quais são as maneiras distintas que um cliente pode montar um sanduíche com um tipo de pão, um recheio e uma salada?
 - b) De quantas maneiras diferentes um cliente pode montar um sanduíche com um tipo de pão, um recheio e uma salada?
2. Alana levará em uma viagem dois pares de sapatos, cinco blusas e duas calças, todos diferentes entre si.
 - a) Quais são as possíveis combinações que Alana pode fazer, considerando que utilize um par de calçado, uma blusa e uma calça?
 - b) De quantas maneiras distintas Alana conseguirá se vestir com essas roupas?
 3. Quantos números de três algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 2, 5, 6 e 9?
 4. Em certo *shopping center* há oito portões de entrada/saída. De quantas maneiras distintas uma pessoa pode entrar e sair desse shopping? E entrar e sair por um portão não utilizado na entrada?

Sequência didática 9

Respostas:

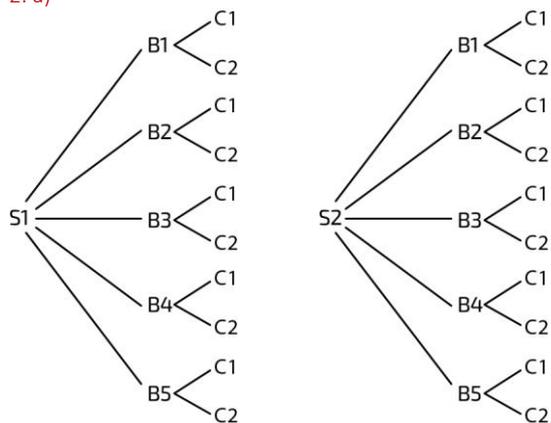
1. a)

Ilustrações: Ingridhi Borges



b) 18 maneiras distintas.

2. a)



b) 20 maneiras distintas.

3. 60 números.

4. 64 maneiras; 56 maneiras.

Durante a realização da atividade, caminhe pela sala para verificar se algum aluno apresenta dificuldade na resolução das atividades. Verifique se eles conseguiram representar as possibilidades de combinações por meio do diagrama de possibilidade. Aproveite a oportunidade para questioná-los a

respeito da diferença entre perguntar “quais” e perguntar “quantas” possibilidades. Atente à resposta dos alunos, pois, quando na pergunta aparece “quantas”, basta um número para responder à questão. Porém, quando se pergunta “quais”, é preciso representar uma a uma as possibilidades possíveis.

Ao término da aula, realize as correções das atividades na lousa, solicitando aos alunos que compartilhem suas estratégias com os demais colegas. Se julgar conveniente, solicite que cada atividade seja corrigida por um aluno diferente. Promova um debate a partir das resoluções apresentadas, identificando os principais equívocos e intervindo onde considerar necessário.

2ª etapa (3 aulas: em média 150 minutos)

Nessa etapa, os alunos vão calcular a probabilidade de ocorrência de certo evento, a partir da construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo da contagem. Se achar necessário, retome, de maneira sucinta o assunto trabalhado na aula anterior. Providencie com antecedência ou peça aos alunos que tragam alguns dados de seis faces, numeradas de 1 a 6.

Atividade 1

Inicie a aula realizando questionamentos para avaliar o conhecimento prévio dos alunos a respeito de probabilidade. Algumas perguntas que podem ser feitas são:

- o que você sabe sobre probabilidade?
- como calculamos a probabilidade de ocorrer um evento?
- o que é espaço amostral?

Nesse momento, permita que eles se expressem livremente, deem suas opiniões e troquem ideias com os colegas, proporcionando um espaço de discussão.

Organize a turma em grupos de três ou quatro alunos. Distribua para cada grupo um par de dados e um papel sulfite com o quadro a seguir já impresso para cada aluno. Caso não seja possível realizar a impressão do quadro, transcreva-o na lousa e peça para os alunos copiarem.

Dado 1	Dado 2	Produto	Par/Ímpar

Explique que um dos membros do grupo deve lançar simultaneamente os dois dados, e depois todos devem anotar no quadro os números que foram obtidos em cada dado. Em seguida, na coluna “Produto” do quadro, devem calcular o produto desses números, e, na coluna “Par/Ímpar”, devem indicar se o resultado da multiplicação é um número par ou ímpar. Oriente os alunos a fazerem oito

Sequência didática 9

lançamentos e anotarem os resultados. Após todos terem preenchido o quadro, peça a cada grupo que observe os resultados obtidos no seu quadro e responda:

- que resultado vocês mais obtiveram: par ou ímpar?

Nesse momento, permita que os grupos exponham as suas respostas, proporcionando um espaço para o debate de ideias e troca de opinião. Aproveite a oportunidade para verificar se os alunos perceberam que o produto de dois números pares sempre resulta em outro número par, o produto de dois números ímpares sempre resulta em um número ímpar, e o produto de um número par com um número ímpar sempre resulta em um número par. Com isso, a chance de obter um número par como resultado do produto dos números obtidos na face dos dados é maior que a de obter um número ímpar.

Aproveite para realizar os seguintes questionamentos.

- Quais e quantos são os possíveis resultados que podem ser obtidos nos lançamentos?
- Qual a probabilidade de o resultado do produto dos números obtidos nas faces dos dados ser um número par? E um número ímpar?
- No lançamento dos dois dados, qual a probabilidade de o produto ser maior que 10?
- No lançamento dos dois dados, qual a probabilidade de o produto ser menor que 10?

Para auxiliar os alunos a responder às perguntas, oriente-os a montar o espaço amostral, ou seja, um quadro com todos os possíveis resultados dos lançamentos, como o seguinte:

×	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Resposta:

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Ao final da aula, realize a correção da atividade solicitando que alguns alunos escrevam a suas soluções na lousa. Intervenha quando julgar necessário. Faça perguntas e converse com os alunos a respeito do conteúdo estudado.

Resposta:

- 36 possíveis resultados;
- $\frac{27}{36}, \frac{9}{36}$
- $\frac{17}{36}$
- $\frac{19}{36}$

Atividade 2

Proponha aos alunos uma lista de atividades para resolverem em duplas. Para isso, providencie com antecedência a lista de atividades impressa e entregue para cada aluno.

1. Em uma gincana, foram colocadas em uma urna 80 bolas brancas, 15 bolas pretas e 5 bolas azuis, todas do mesmo tamanho e forma.
 - a) Qual cor de bola tem a maior chance de ser retirada?
 - b) Qual é a probabilidade de se sortear uma bola preta?
 - c) Qual é a probabilidade de se sortear uma bola azul?

2. Quantos números naturais de três algarismos distintos podem ser formados pelos algarismos indicados a seguir?

2	5	3	6	1
---	---	---	---	---

Considerando todos os números naturais de três algarismos distintos formados pelos algarismos anteriores, ao sortearmos um desses números, qual a probabilidade de ele ser:

- a) par?
 - b) maior que 610?
 - c) ímpar?
3. Alex, Bruna e Caio são os únicos clientes de uma loja classificados para participar do sorteio de três prêmios.
 - a) De quantas maneiras distintas pode ser obtido o resultado desse sorteio?
 - b) Determine o espaço amostral desse conjunto de dados.
 - c) Considerando os possíveis resultados do sorteio, qual a probabilidade de Bruna ser a 1º sorteada?
 - d) Qual é a probabilidade de Alex ser o 2º sorteado?

Resposta: 1. a) branca

b) $\frac{15}{100}$ ou $\frac{3}{20}$

c) $\frac{5}{100}$ ou $\frac{1}{20}$

2. 60 possibilidades.

a) $\frac{24}{60}$

b) $\frac{3}{60}$

c) $\frac{36}{60}$

3. a) 6 possibilidades

b) Denotando A: Alex, B: Bruna, C: Caio, podemos ter o seguinte espaço amostral: {(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A)}.

c) $\frac{2}{6}$

d) $\frac{2}{6}$

Durante a realização da atividade, verifique se algum aluno apresenta dificuldade. Auxilie-os na verificação de suas hipóteses e resolução. Ao final da aula, corrija as atividades com os alunos, intervindo quando julgar necessário. Faça perguntas e converse com os alunos a respeito do conteúdo estudado.

Avaliação

As questões abaixo irão auxiliá-lo na avaliação do desenvolvimento da habilidade trabalhada nesta sequência pelos alunos. Você pode reproduzi-las na lousa ou questioná-los oralmente.

1. Quantos uniformes diferentes podem ser compostos com duas opções de camiseta e quatro opções de bermuda?

8 uniformes.

2. Se em vez de 2 opções de camiseta fossem 4 opções, quantos uniformes poderiam ser compostos?

16 uniformes.

Seguem algumas questões que podem ser reproduzidas na lousa para auxiliar o aluno no processo de autoavaliação.

Autoavaliação	Sim	Não
Prestei atenção à explicação do professor?		
Realizei as atividades propostas com empenho?		
Reconheci a ideia do princípio multiplicativo da contagem?		
Consegui resolver os problemas que envolveram o princípio multiplicativo da contagem?		
Consegui determinar a probabilidade de ocorrer um evento?		