

Identificando quadriláteros

Objetos de conhecimento	Habilidade
<ul style="list-style-type: none"> • Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Objetivos	
<ul style="list-style-type: none"> • Demonstrar as três propriedades de um paralelogramo por meio da congruência de triângulos. • Demonstrar as duas propriedades de um trapézio por meio da congruência de triângulos. 	
Recursos utilizados	
<ul style="list-style-type: none"> • EVA. • Canetas hidrocor. • Régua graduada. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tesoura com pontas arredondadas. • Transferidores. • Cópias dos moldes dos polígonos.

Quantidade estimada de aulas

- 6 aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

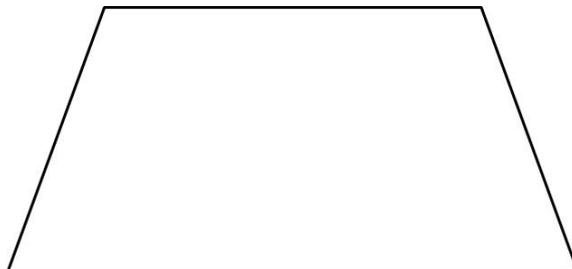
Desenvolvimento da sequência didática

O objetivo desta sequência didática é demonstrar as propriedades dos paralelogramos e dos trapézios por meio dos casos de congruência de triângulos. Para isso, providencie com antecedência EVA, canetas hidrocor, régua graduada, tesouras com pontas arredondadas e transferidores, além de cópias dos moldes do paralelogramo e do trapézio isósceles apresentados a seguir.

Ilustração: Maryane Vioto Silva



Ilustração: Maryane Vioto Silva



Em algumas das atividades propostas nesta sequência (**Atividade 2 – Etapa 2**), haverá a necessidade de construir dois moldes em EVA do polígono trabalhado, nesse caso, o trapézio. Isso por que, na etapa da verificação da propriedade, os alunos deverão obter dois triângulos que apresentam partes sobrepostas, não sendo possível, portanto, obter essas peças a partir de um único molde.

Esclareça que, as verificações por meio dos moldes recortados em EVA propostas nesta sequência, não se tratam de demonstrações dentro dos rigores matemáticos, mas apenas de uma experimentação para verificar a validade das propriedades. Caso os alunos apontem alguma diferença entre os valores obtidos ao determinar as medidas dos comprimentos dos lados ou as medidas dos ângulos internos dos polígonos com o auxílio do transferidor, explique que essa imprecisão ocorre em virtude dos métodos imprecisos de construção e que, apesar dos valores divergentes, as propriedades apresentadas continuam sendo válidas.

1ª etapa (4 aulas: em média 200 minutos)

O objetivo da primeira etapa é demonstrar as três propriedades dos paralelogramos.

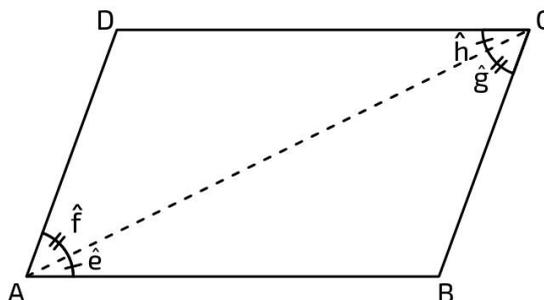
Atividade 1

Organize a turma em duplas, distribuindo para cada aluno uma folha de EVA, canetas hidrocor, uma régua graduada, uma tesoura com pontas arredondadas, um transferidor, além de uma cópia do molde do paralelogramo apresentado anteriormente.

Com o auxílio dos materiais distribuídos, oriente os alunos a construir, utilizando o molde, um paralelogramo sobre o EVA, recortando-o logo em seguida. Depois, eles deverão determinar os vértices do paralelogramo, traçar a diagonal \overline{AC} e indicar os ângulos internos \hat{e} , \hat{f} , \hat{g} e \hat{h} sobre o molde de EVA, conforme indicado na imagem a seguir.

Sequência didática 10

Ilustração: Maryane Vioto Silva



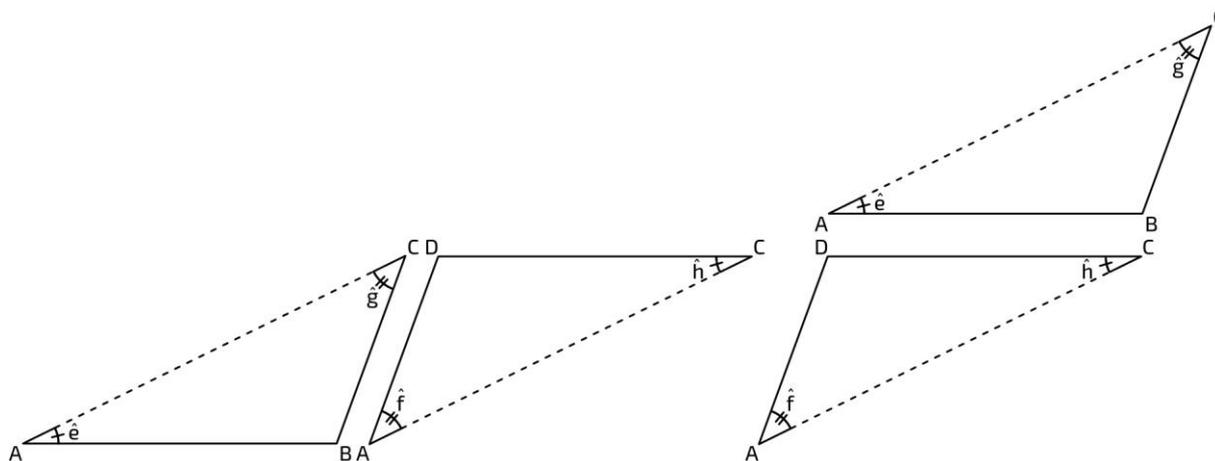
Pergunte aos alunos que tipo de relação é possível estabelecer entre os ângulos internos destacados na imagem. Questione-os e leve-os a perceber que, pelo fato de ABCD ser paralelogramo, então $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Assim, os ângulos \hat{e} e \hat{h} são alternos internos, sendo, portanto, congruentes. Seguindo o mesmo raciocínio, agora, considerando $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, temos que os ângulos \hat{f} e \hat{g} também são congruentes por serem alternos internos. A diagonal \overline{AC} representa um lado comum aos triângulos ABC e ACD. Logo, pelo caso de congruência de triângulos **ALA**, tem-se que os triângulos ABC e ACD são congruentes. Portanto, $\overline{AD} \equiv \overline{BC}$ e $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$, isto é, os lados opostos são congruentes entre si.

Enuncie na lousa a **1ª propriedade dos paralelogramos**.

1ª propriedade: em todo paralelogramo, dois lados opostos são congruentes.

Oriente os alunos a recortarem o paralelogramo pela diagonal traçada, dividindo-o em dois triângulos ABC e ACD. Auxilie-os a sobrepor esses triângulos, alinhando os ângulos \hat{f} e \hat{g} , \hat{e} e \hat{h} , e os lados \overline{AC} , que são comuns a ambos os triângulos. Com base nessa sobreposição, eles devem concluir que, de fato, \overline{AD} e \overline{BC} possuem a mesma medida de comprimento, do mesmo modo que \overline{AB} e \overline{CD} .

Ilustrações: Maryane Vioto Silva



Atividade 2

Proponha um desafio aos alunos, no qual eles devem demonstrar que os ângulos \widehat{ABC} e \widehat{ADC} são congruentes. Para isso, eles devem construir outro molde do paralelogramo em EVA, seguindo o mesmo raciocínio utilizado na **Atividade 1**, considerando a diagonal \overline{BD} .

Pela propriedade anterior, tem-se que os triângulos ABC e ACD são congruentes, portanto, os ângulos \widehat{ABC} e \widehat{ADC} são congruentes entre si. Diante disso, espera-se que os alunos concluam que os triângulos ABD e BCD também são congruentes, tornando os ângulos \widehat{BAD} e \widehat{BCD} congruentes entre si. Com isso, conclui-se que $\widehat{ABC} \equiv \widehat{ADC}$ e $\widehat{BAD} \equiv \widehat{BCD}$.

Enuncie na lousa a **2ª propriedade dos paralelogramos**.

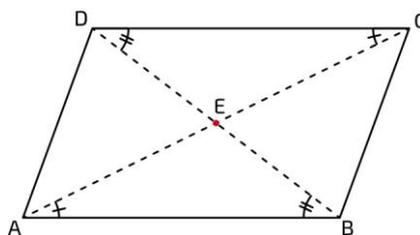
2ª propriedade: em todo paralelogramo, dois ângulos opostos são congruentes.

Com o transferidor, eles devem determinar a medida dos ângulos internos do paralelogramo, verificando que possuem medidas iguais.

Atividade 3

Novamente, com o auxílio dos materiais distribuídos no início da aula, oriente os alunos a construir uma cópia do paralelogramo em EVA, conforme procedimento realizado na **Atividade 1**. Dessa vez, eles devem traçar no molde as duas diagonais \overline{AC} e \overline{BD} do paralelogramo, determinando seu ponto de interseção **E** e os ângulos internos destacados na imagem a seguir.

Ilustração: Maryane Vioto Silva



Conforme visto anteriormente, por serem alternos internos, podemos concluir que $\widehat{ABE} \equiv \widehat{EDC}$ e $\widehat{BAE} \equiv \widehat{ECD}$. Da 1ª propriedade, conclui-se que $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$. Logo, pelo caso de congruência **ALA**, os triângulos ABE e CDE são congruentes. Como $\overline{AE} \equiv \overline{CE}$, o ponto **E** é ponto médio da diagonal \overline{AC} . Como $\overline{BE} \equiv \overline{DE}$, o ponto **E** é ponto médio da diagonal \overline{BD} . Portanto, as diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios.

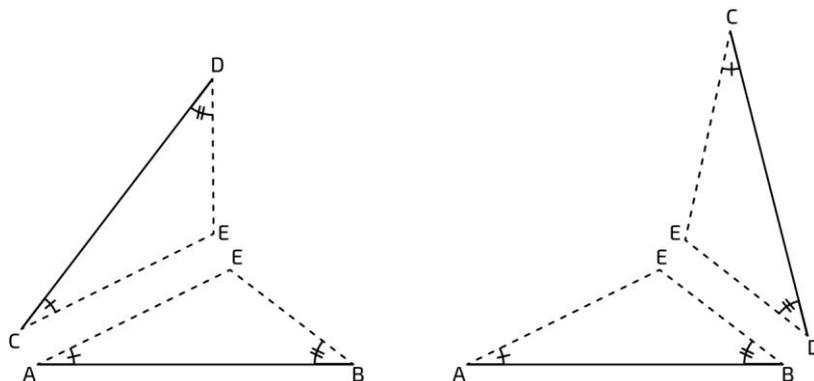
Enuncie na lousa a **3ª propriedade dos paralelogramos**.

3ª propriedade: em todo paralelogramo, as diagonais se cruzam no ponto médio.

Para a verificação prática dessa propriedade, oriente os alunos a recortarem o molde construído em EVA, destacando os triângulos ABE e CDE e sobreporem os lados que compõem a mesma diagonal, verificando, portanto, que possuem a mesma medida de comprimento.

Sequência didática 10

Ilustração: Maryane Vioto Silva



2ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

O objetivo desta segunda etapa é demonstrar as duas propriedades dos trapézios isósceles.

Inicie a aula lembrando aos alunos que, no trapézio, os lados paralelos são chamados **bases**, sendo classificados em **base maior** ou **base menor**. De acordo com suas características, os trapézios recebem algumas classificações.

Ilustração: Maryane Vioto Silva

<p>Trapézio escaleno: possui os lados não paralelos com medidas de comprimento diferentes.</p> <p>\overline{IJ} e \overline{KL} possuem medidas de comprimento diferentes.</p>	<p>Trapézio isósceles: possui os lados não paralelos com medidas de comprimento iguais.</p> <p>\overline{MN} e \overline{OP} possuem medidas de comprimento iguais.</p>	<p>Trapézio retângulo: possui um dos lados não paralelos perpendicular às bases.</p> <p>$\overline{ST} \perp \overline{RS}$ e $\overline{ST} \perp \overline{QT}$.</p>
---	--	---

Comente com os alunos que os trapézios isósceles apresentam duas propriedades, que serão trabalhadas a seguir.

Sequência didática 10

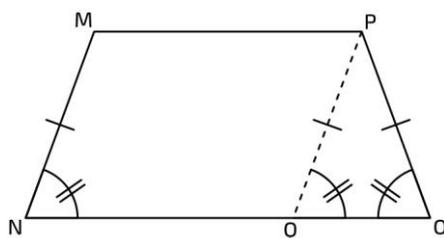
Atividade 1

A primeira propriedade diz respeito à medida dos ângulos internos relacionados à mesma base.

Organize a turma em duplas, distribuindo, para cada aluno, uma folha de EVA, canetas hidrocor, uma régua graduada, uma tesoura com pontas arredondadas, um transferidor, além de uma cópia do molde do trapézio apresentado anteriormente.

Com o auxílio dos materiais distribuídos, oriente os alunos a construir, utilizando o molde, um trapézio sobre o EVA, recortando-o logo em seguida.

Ilustração: Maryane Vioto Silva



Considere o trapézio isósceles $MNOP$, com $\overline{MP} \parallel \overline{NO}$. Traçando um segmento de reta \overline{PQ} paralelo à \overline{MN} , com Q pertencente a \overline{NO} , obtém-se um paralelogramo $MNPQ$. Assim, $\overline{MN} \equiv \overline{PQ}$. Como $MNOP$ é trapézio isósceles, então, $\overline{MN} \equiv \overline{PO}$, ou seja, $\overline{PQ} \equiv \overline{PO}$. Logo, o triângulo OPQ é isósceles e, portanto, $\widehat{P\hat{O}Q} \equiv \widehat{P\hat{Q}O}$. Como $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$, $\widehat{M\hat{N}Q} \equiv \widehat{P\hat{Q}O}$, pois são ângulos correspondentes. Portanto, $\widehat{M\hat{N}O} \equiv \widehat{P\hat{O}N}$.

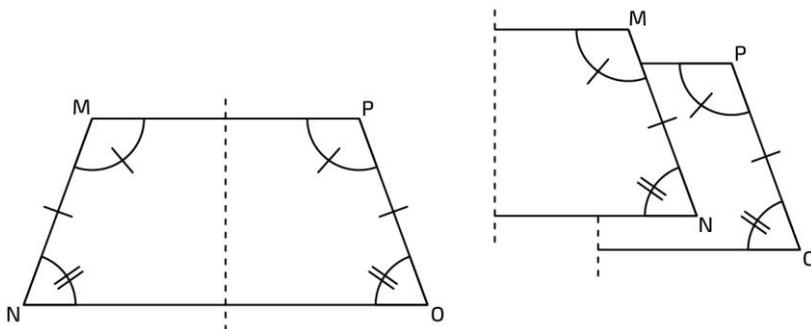
Agora, observe os ângulos $\widehat{N\hat{M}P}$ e $\widehat{M\hat{N}O}$, além de $\widehat{M\hat{P}O}$ e $\widehat{P\hat{O}N}$; ambos os pares, representa ângulos colaterais internos; portanto, suplementares entre si. Logo, $med(\widehat{N\hat{M}P}) = 180^\circ - med(\widehat{M\hat{N}O})$ e $med(\widehat{M\hat{P}O}) = 180^\circ - med(\widehat{P\hat{O}N})$. Conforme já visto, $\widehat{M\hat{N}O} \equiv \widehat{P\hat{O}N}$. Assim, $med(\widehat{N\hat{M}P}) = 180^\circ - med(\widehat{M\hat{N}O})$ e $med(\widehat{M\hat{P}O}) = 180^\circ - med(\widehat{M\hat{N}O})$. Desse modo, $med(\widehat{N\hat{M}P}) = med(\widehat{M\hat{P}O})$.

Sistematize na lousa a **1ª propriedade dos trapézios isósceles**.

1ª propriedade: em um trapézio isósceles, os ângulos internos correspondentes aos vértices da mesma base são congruentes.

Se julgar necessário, oriente os alunos a recortarem o trapézio ao meio, sobrepondo às partes obtidas e verificando que os ângulos correspondentes aos vértices da mesma base são congruentes.

Ilustrações: Maryane Vioto Silva

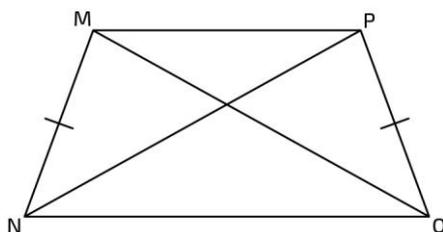


Atividade 2

A segunda propriedade do trapézio isósceles diz respeito à medida do comprimento das suas diagonais.

Com o auxílio dos materiais distribuídos, oriente os alunos a construírem, utilizando o molde, dois trapézios sobre o EVA, recortando-os em seguida.

Ilustração: Maryane Viotto Silva



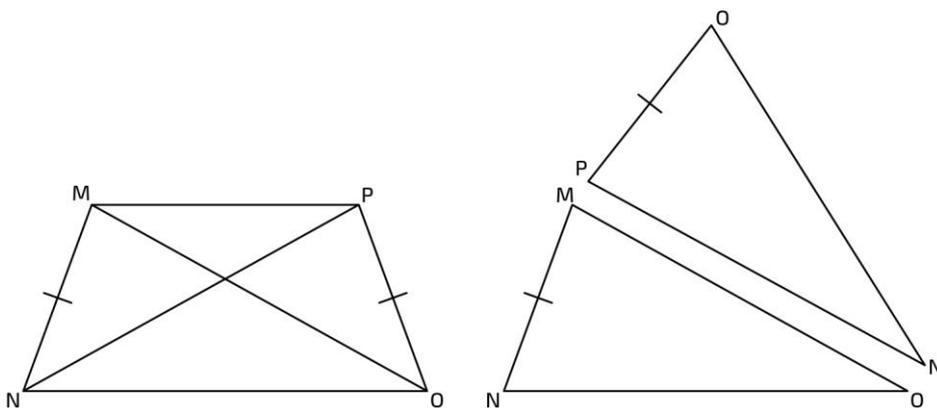
Considere o trapézio isósceles MNOP. Traçando as diagonais \overline{MO} e \overline{NP} , obtém-se os triângulos MNO e PON, com \overline{MO} lado em comum. Como o trapézio é isósceles, $\overline{MN} \equiv \overline{PO}$. Da propriedade anterior, $\widehat{MNO} \equiv \widehat{PON}$. Portanto, pelo caso de congruência LAL, os triângulos MNO e PON são congruentes. Logo, $\overline{MO} \equiv \overline{PN}$.

Sistematize na lousa a 2ª propriedade dos trapézios isósceles.

2ª propriedade: em um trapézio isósceles, as diagonais são congruentes.

Para verificar a validade dessa propriedade, oriente os alunos a recortarem os dois trapézios construídos de maneira a obterem os triângulos MNO, com base no primeiro molde, e PNO, a com base no segundo molde. Sobrepondo os lados dos triângulos \overline{MO} e \overline{PN} , eles devem verificar que ambos os lados possuem a mesma medida de comprimento.

Ilustração: Maryane Viotto Silva



Avaliação

Aproveite o desenvolvimento das aulas e a realização das atividades propostas para fazer uma avaliação contínua da aprendizagem e da participação dos alunos. Por meio dessa avaliação, procure observar, acompanhar e até mesmo fazer intervenções para que a aprendizagem seja significativa.

As questões abaixo irão auxiliá-lo na avaliação do desenvolvimento da habilidade trabalhada nesta sequência pelos alunos. Você pode reproduzi-las na lousa ou fazer as perguntas oralmente.

1. O que diz as propriedades dos paralelogramos?

A 1ª propriedade dos paralelogramos diz que, em um paralelogramo, dois lados opostos sempre serão congruentes; a 2ª propriedade diz que dois ângulos opostos sempre serão congruentes; e a 3ª propriedade diz que as diagonais de um paralelogramo se cruzam em seus respectivos pontos médios.

2. Como podemos classificar um trapézio?

Um trapézio pode ser classificado em escaleno, quando os lados não paralelos possuem medidas de comprimento diferentes; em isósceles, quando os lados não paralelos possuem medidas de comprimento iguais; e retângulo, quando um dos lados não paralelos é perpendicular às bases.

3. O que diz as propriedades dos trapézios isósceles?

A 1ª propriedade dos trapézios isósceles diz que, em um trapézio isósceles, os ângulos internos correspondentes aos vértices da mesma base são congruentes; a 2ª propriedade diz que as diagonais de um trapézio isósceles são congruentes.

Seguem algumas questões que podem ser reproduzidas na lousa para auxiliar o aluno no processo de autoavaliação.

Autoavaliação	Sim	Não
Prestei atenção na explicação do professor?		
Realizei as atividades propostas com empenho?		
Compreendi as propriedades dos paralelogramos?		
Classifiquei corretamente um trapézio em escaleno, isósceles e retângulo?		
Compreendi as propriedades dos trapézios isósceles?		