



Função quadrática com o uso do *software* GeoGebra

Objetos de conhecimento	Habilidades
Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Objetivos	
- Reconhecer uma função quadrática. - Construir a ideia da lei de formação da função quadrática. - Resolver situações-problemas que envolvam função quadrática. - Construir gráficos de funções quadráticas. - Identificar o vértice da parábola.	
Recursos utilizados	
- Vídeos curtos relacionados ao lançamento de uma bola durante uma partida de futebol. - Projetor de imagens. - Reprodutor de mídia. - Caixas de som. - Barbante. - Régua. - Tesouras com pontas arredondadas. - Tubo de cola.	- Papel milimetrado ou quadriculado. - Laboratório de informática com <i>software</i> GeoGebra. - Lousa. - Giz. - Caderno. - Lápis grafite. - Papel <i>kraft</i>.

Quantidade estimada de aulas

- 5 aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

Desenvolvimento da sequência didática 1ª etapa (1 aula: em média 50 minutos)

Nesta etapa, o objetivo é investigar os conhecimentos prévios dos alunos, sem apresentar explicações, mas apenas instigando-os ao estudo do conteúdo. Inicialmente, a proposta é discutir a respeito da relação entre situações do cotidiano e as funções quadráticas, solicitando aos alunos a identificação de exemplos de seu dia a dia.

Pode ser proposta uma discussão sobre situações específicas, como ações realizadas durante um jogo de futebol. Para isso, providencie vídeos curtos envolvendo situações verificadas durante um jogo de futebol, como um lançamento realizado por um jogador, à longa distância, e que ocasionou um gol. Selecione alguns exemplos que evidenciem um perfil parabólico associado à trajetória da bola.



Providencie, também, uma televisão ou um computador com projetor de imagens para que você possa apresentar esses vídeos à turma.

Atividade 1

Inicie a atividade discutindo a respeito de situações do cotidiano em que estão presentes as funções quadráticas. Durante essa discussão, questione acerca das características de uma função quadrática, como podemos representá-las graficamente, qual o perfil apresentado e quais elementos podemos destacar, como os pontos de máximo e de mínimo, por exemplo. Proponha aos alunos a identificação de situações que apresentem um perfil parabólico, assemelhando-se com o gráfico de uma função quadrática.

Durante essas discussões, apresente os vídeos com trechos de partidas de futebol em que podemos observar a trajetória da bola sendo lançada por um jogador, relacionando-a com uma trajetória parabólica. Apresente os vídeos curtos selecionados e solicite aos alunos que observem o tipo de trajetória desenvolvida pela bola durante os lançamentos. Após os vídeos, proponha questionamentos como: quando o jogador chuta uma bola para cima, o que acontece com a sua trajetória? Quando o jogador aumenta ou diminui a força do chute, o que acontece com a altura da bola, considerando o mesmo ângulo em relação ao solo? Caso seja conveniente, peça que os próprios alunos elaborem esquemas e desenhos na lousa para discutir sobre cada um desses questionamentos e outros que sejam relevantes durante a discussão.

2ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

Nesta etapa, o objetivo é investigar uma situação-problema com base em seus conhecimentos a respeito da função quadrática. Para isso, a turma deverá ser organizada em grupos com três ou quatro alunos cada e, utilizando-se de materiais concretos, construir uma solução para o problema proposto. Oriente os alunos a elaborar registros escritos, desenhos, esquemas ou outras formas que possibilitem a organização de sua solução para o problema. Ao final, organize o trabalho de modo que os grupos possam apresentar suas soluções e que seja realizada uma discussão com toda a turma sobre o problema proposto, finalizando com a construção de um gráfico que represente essa situação.

Logo, para essa atividade, providencie barbantes, régua, tesouras com pontas arredondadas, tubo de cola, papel *kraft*, bem como papel milimetrado ou quadriculado, para que os alunos possam, ao final, construir um gráfico que ilustre a situação em questão.

Atividade 1

Para dar início a essa atividade, organize a sala em grupos de três ou quatro alunos cada. Em seguida, proponha à turma o seguinte problema: imagine que vocês dispõem de um barbante com 40 centímetros de comprimento e precisam construir uma figura com o formato de um quadrilátero, que seja limitada por esse barbante e que possua a maior medida de área possível. Considerando que todo o barbante seja utilizado nessa construção e que os ângulos internos desse polígono sejam 90° cada, quais devem ser as medidas dos comprimentos dos lados desse quadrilátero?

Distribua, para cada grupo, barbante, régua, tesoura com pontas arredondadas, tubo de cola e papel *kraft* ou de outro tipo. Oriente os alunos a resolver esse problema utilizando o material que foi disponibilizado. Instrua os alunos a elaborar registros escritos, desenhos, esquemas ou outras formas que possibilitem a organização de sua solução para o problema. Assim, eles podem cortar pedaços de



barbante com a medida indicada no problema, realizar colagens e medições de modo a identificar a figura com medida de área máxima.

Acompanhe o trabalho desenvolvido por cada grupo e, por meio de questionamentos, auxilie-os a perceber que o comprimento do barbante está associado ao perímetro do quadrilátero e que o cálculo da medida da área envolve a identificação prévia dos comprimentos da figura. Procure orientar os grupos em suas dúvidas por meio de questionamentos, evitando apresentar apenas as respostas, mas encaminhando-os para reflexões a respeito do tema proposto e de todos os conceitos necessários para a interpretação e a resolução do problema.

Durante esse processo, oriente os alunos a organizar suas soluções e a registrar, em seus cadernos, quais foram os procedimentos empregados e os conceitos necessários para a obtenção da solução.

Atividade 2

Após a resolução do problema, organize um momento direcionado às apresentações das soluções propostas por cada grupo. Assim, peça que cada grupo explique o procedimento empregado por eles para a resolução do problema proposto e qual foi a solução obtida, ou seja, o quadrilátero de área máxima é um quadrado com perímetro igual a 40 centímetros. É importante que, durante as apresentações, seja registrado, na lousa, quais foram os resultados obtidos por cada grupo, de forma sintetizada.

Em seguida, após a finalização das apresentações, proponha questionamentos à toda a turma, como: qual grupo alcançou a maior área para o quadrilátero? Quais são as dimensões do quadrilátero de área máxima e quais foram os procedimentos empregados? Esse problema admite mais de uma resposta, ou seja, existe mais de um tipo de quadrilátero de perímetro de 40 centímetros que apresente área máxima?

Com as informações obtidas, construa, junto aos alunos, uma tabela que relacione as dimensões do quadrilátero com a medida da área obtida, chegando, assim, ao quadrado, com base nos dados coletados por eles. Em seguida, procure descrever esse conjunto de dados apoiado em apenas duas informações: a medida do comprimento de um dos lados do quadrilátero e a medida da área, construindo a representação gráfica que caracteriza essa situação. Distribua, aos alunos, papel milimetrado ou quadriculado, para que eles possam construir o gráfico com base nos dados coletados em conjunto com toda a turma.

3ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

Nessa etapa, o objetivo é realizar uma investigação, por meio do *software* **GeoGebra**, a respeito das características da função quadrática e da sua representação gráfica. Para isso, é importante uma preparação prévia envolvendo a realização de reserva do laboratório de informática da escola e a instalação do *software* **GeoGebra** em todos os computadores. Esse *software* pode ser obtido gratuitamente.

Atividade 1

Para essa atividade, leve a turma ao laboratório de informática e organize-os individualmente, em duplas ou em pequenos grupos, de acordo com a quantidade de computadores disponíveis. Em seguida, peça que os alunos encontrem e acessem o *software* **GeoGebra**, previamente instalado nos equipamentos.



Inicialmente, é importante realizar uma breve exploração do **GeoGebra** caso os alunos não tenham realizado nenhum trabalho anterior com esse *software*. Pode ser realizada uma explicação inicial envolvendo as janelas de álgebra e de visualização, observando como inserir informações na caixa de entrada, como construir pontos, retas, entre outros objetos. Caso os alunos não tenham tido contato com o *software* antes, reserve um tempo para que eles possam explorar as ferramentas básicas, acompanhando-os nesse processo e auxiliando-os com as dúvidas que possam surgir.

Em seguida, oriente os alunos a acompanhar as instruções e a realizar as construções de acordo com as explicações. Inicialmente, peça que os alunos construam três seletores (ou **controles deslizantes**), empregando a ferramenta destacada abaixo, e denomine-os por **a**, **b** e **c**. Explique como construir o primeiro controle, **a**, realizando com os alunos essa primeira etapa, e peça que eles construam os controles **b** e **c**, seguindo o mesmo processo. Pode ser considerado um intervalo de variação do controle de (-10, 10) com um incremento de 1 unidade.

Na sequência, peça que os alunos insiram, na caixa de entrada, a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e apertem a tecla *Enter*. Indique aos alunos a forma correta de inserção dessa função, que corresponde a $f(x) = a * x^2 + b * x + c$. Após a construção do gráfico da função f , peça que os alunos utilizem a ferramenta **Otimização** e que selecionem o gráfico de f , observando as coordenadas do ponto que foi obtido, as quais são apresentadas na janela de álgebra.

Após essa etapa da construção, peça que os alunos movimentem os seletores (ou **controles deslizantes**), realizando observações com base nos seguintes questionamentos e fazendo anotações em seus cadernos: o que acontece quando $a = 0$? Qual é o aspecto da parábola quando $a > 0$? Se o valor de $b = 0$, qual a característica principal da curva? No caso do valor do $c = 0$, o que acontece com o gráfico? Se $b = 0$ e $c = 0$, qual é a característica do gráfico? Qual é o aspecto da parábola quando $b > 0$? Qual é o aspecto da parábola quando $c > 0$? Peça que os alunos movimentem um parâmetro de cada vez, a menos que for solicitado algo diferente nos questionamentos.

Prosseguindo com esse estudo, oriente os alunos a movimentar o seletor **c** de modo que a parábola corte o eixo x . Em seguida, peça que eles utilizem a função **Raízes**, localizada logo abaixo da função **Otimização**, conforme destacado na figura anterior, e selecionem o gráfico de f . Questione os alunos da seguinte forma: surgiu algum elemento diferente no gráfico de f ? Quais as coordenadas do(s) ponto(s)? O que esse(s) ponto(s) representa(m)? Se movimentarmos o seletor **c** de modo que a função não cruze o eixo x , o que acontece com os valores das raízes? Por que isso acontece? E, ao movimentar o seletor **c** de modo que a função toque o eixo x somente em um ponto, quais são os valores das raízes?

Durante essa atividade, podem ser propostos outros questionamentos, de acordo com as dúvidas e com as análises que podem ser realizadas pelos alunos durante as investigações. É importante estar atento e discutir, com toda a turma, a respeito dos questionamentos, verificando se existem dúvidas quanto à manipulação do *software*, à observação e ao registro das informações, entre outros. Os questionamentos, também, devem ser apresentados aos poucos, para que os alunos realizem, passo a passo, as análises e para que consigam compreender as características dos gráficos das funções quadráticas e sua relação com a lei de formação desse tipo de função.

Atividade 2

Após o trabalho desenvolvido no laboratório de informática, retorne à sala de aula e realize uma sistematização dos conceitos estudados no laboratório na lousa. Procure organizar as informações que foram coletadas durante a exploração do **GeoGebra**, resumindo quais são as influências dos coeficientes **a**, **b** e **c** sobre o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Em síntese, temos:

- o coeficiente **a** é responsável pela concavidade e pela “abertura” da parábola, ou seja, a distância entre as partes crescente e decrescente do gráfico da parábola.
- o coeficiente **b** indica se a interseção com o eixo **y** é observada à esquerda, à direita ou sobre o eixo vertical de simetria da parábola.
- o coeficiente **c** está relacionado à interseção entre o gráfico da parábola e o eixo **y**.

Peça que os alunos copiem no caderno. Além do estudo realizado no **GeoGebra**, existem algumas apliquetas do *software* que já estão prontas e basta que o aluno movimente os controles para avaliar as influências dos coeficientes sobre o gráfico da função.

Avaliação

As questões abaixo irão auxiliá-lo na avaliação do desenvolvimento das habilidades trabalhadas nesta sequência pelos alunos. Você pode reproduzi-las na lousa ou fazer as perguntas aos alunos oralmente.

1. Como podemos relacionar o vértice de uma parábola com problemas de máximos e mínimos?

Quando conseguimos expressar uma situação-problema com base em uma função quadrática, de acordo com as características desta, podemos identificar, por meio do vértice, qual é o ponto de máximo ou de mínimo, ou seja, qual é a situação ideal para o problema em estudo, como maximizar áreas, minimizar custos, entre outros.

2. De que forma os coeficientes de uma função quadrática podem influenciar no gráfico dessa função?

Os coeficientes podem influenciar na concavidade da parábola que representa graficamente a função, estando ela voltada para cima ou para baixo, podem influenciar no posicionamento das raízes, nas interseções com o eixo **y**, entre outros aspectos. Cada coeficiente influencia em um aspecto, de tal forma que a relação entre eles possibilita a construção dos gráficos das mais variadas funções quadráticas.

Seguem algumas questões que podem ser reproduzidas na lousa para auxiliar o aluno no processo de autoavaliação.

Autoavaliação	Sim	Não
Prestei atenção nas explicações do professor?		
Realizei as atividades propostas com empenho?		
Participei das discussões a respeito da presença das funções quadráticas no cotidiano?		
Contribuí com o trabalho desenvolvido por meu grupo para a resolução do problema proposto?		
Participei dos estudos e das discussões realizadas no laboratório de informática?		
Realizei a construção do gráfico da função quadrática utilizando <i>software</i> Geogebra ?		