



### Prismas e cilindros

Objetos de conhecimento	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"><li>• Volume de prismas e cilindros.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.</li></ul>
Objetivos	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar e diferenciar os prismas e os cilindros.</li><li>• Reconhecer elementos de um prisma e de um cilindro.</li><li>• Calcular a medida do volume de prismas e de cilindros.</li><li>• Resolver problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de prismas e de cilindros.</li></ul>	
Recursos utilizados	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Embalagens com formato de figuras geométricas espaciais (prismas e cilindros).</li><li>• Tesouras com pontas arredondadas.</li><li>• Calculadoras.</li><li>• Tubos de cola.</li><li>• Lápis grafite.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Cartolina.</li><li>• Cópias do molde de um prisma e de um cilindro.</li><li>• Giz.</li><li>• Lousa.</li></ul>

### Quantidade estimada de aulas

- 4 aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

### Desenvolvimento da sequência didática

#### 1ª etapa (1 aula: em média 50 minutos)

O objetivo dessa etapa é retomar os conceitos referentes aos prismas e aos cilindros. Para isso, providencie, com antecedência, diversas embalagens que possuam os formatos dessas figuras geométricas espaciais. Se julgar conveniente, solicite aos alunos que também tragam para a sala de aula algumas dessas embalagens, de modo a complementar os materiais arrecadados pelo professor.

#### Atividade 1

Organize os alunos em grupos com três integrantes, distribuindo a cada grupo diversas embalagens. Solicite a eles que separem as embalagens obtidas em dois grupos: o primeiro grupo formado pelas embalagens que representam os prismas e o segundo grupo formado pelas embalagens em formato de cilindro. Peça que manipulem as embalagens de cada grupo, apontando as semelhanças e as diferenças entre elas e anotando tais características no caderno.

Proponha alguns questionamentos de modo a verificar o conhecimento prévio dos alunos acerca dos elementos dessas figuras geométricas espaciais. A seguir, apresentamos algumas sugestões.

- Com relação ao grupo das embalagens associadas a prismas, quantos vértices esses prismas apresentam? E quantas arestas? E quantas faces?
- A quantidade de arestas, de vértices e de faces em cada um dos prismas é a mesma?
- As bases de um prisma são constituídas por quais polígonos?
- Quantas bases há em um cilindro? Todos os cilindros apresentam a mesma quantidade de bases?

É esperado que os alunos reconheçam que a quantidade de vértices, de arestas e de faces em cada prisma depende dos polígonos que compõem suas bases e que todos os cilindros possuem duas bases congruentes. Se julgar necessário, sistematize, na lousa, as definições de prisma e de cilindro, apontando seus elementos.

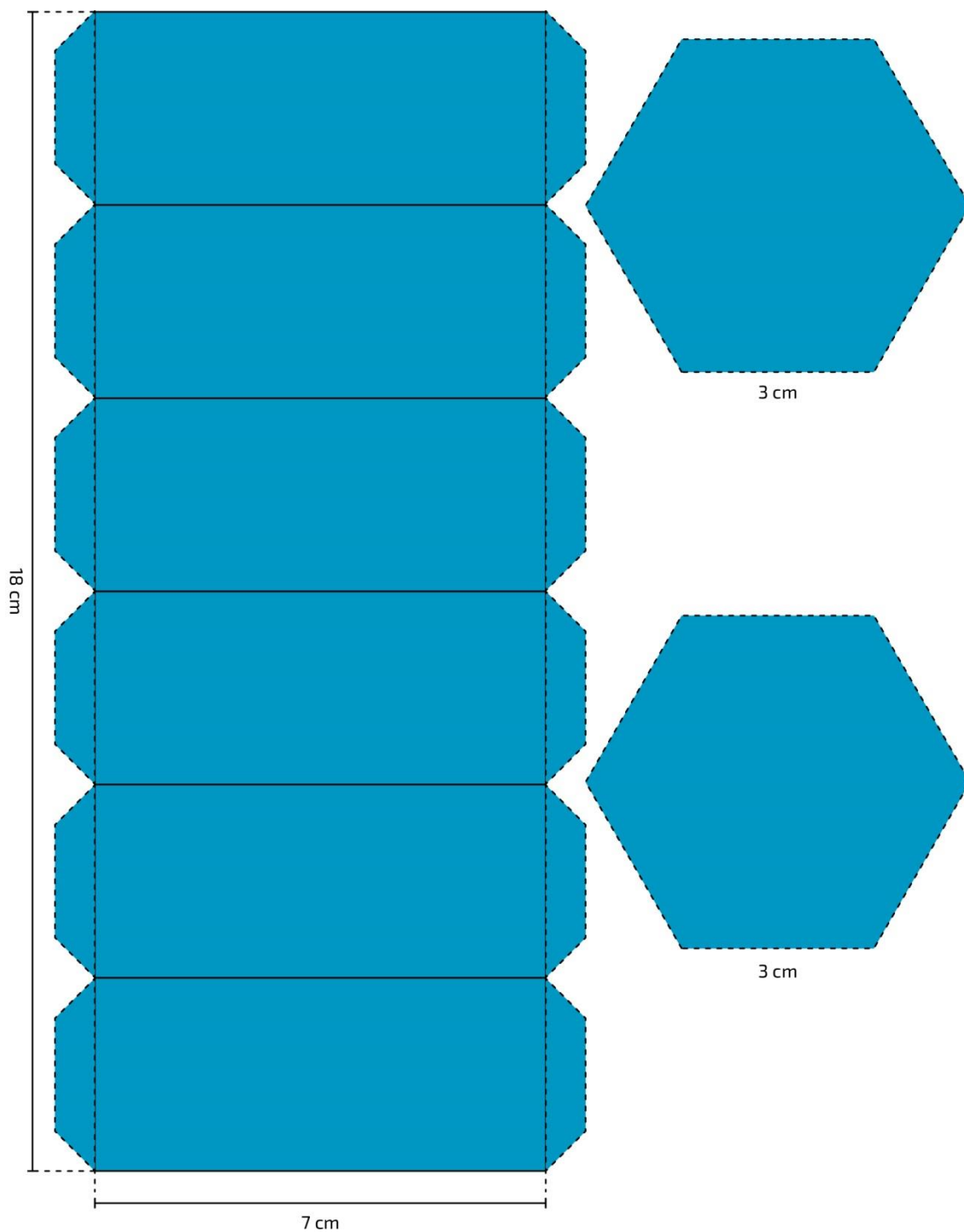
### 2ª etapa (2 aulas: em média 100 minutos)

O objetivo dessa etapa é trabalhar com o cálculo da medida do volume de prismas e de cilindros. Para isso, providencie, antecipadamente, tesouras com pontas arredondadas, calculadoras, tubos de cola e cópias dos moldes representados a seguir. Como a proposta é trabalhar com a montagem de figuras geométricas espaciais baseada em moldes, recomenda-se a impressão dos moldes em papel sulfite e, posteriormente, a colagem sobre uma superfície mais resistente, como a cartolina.



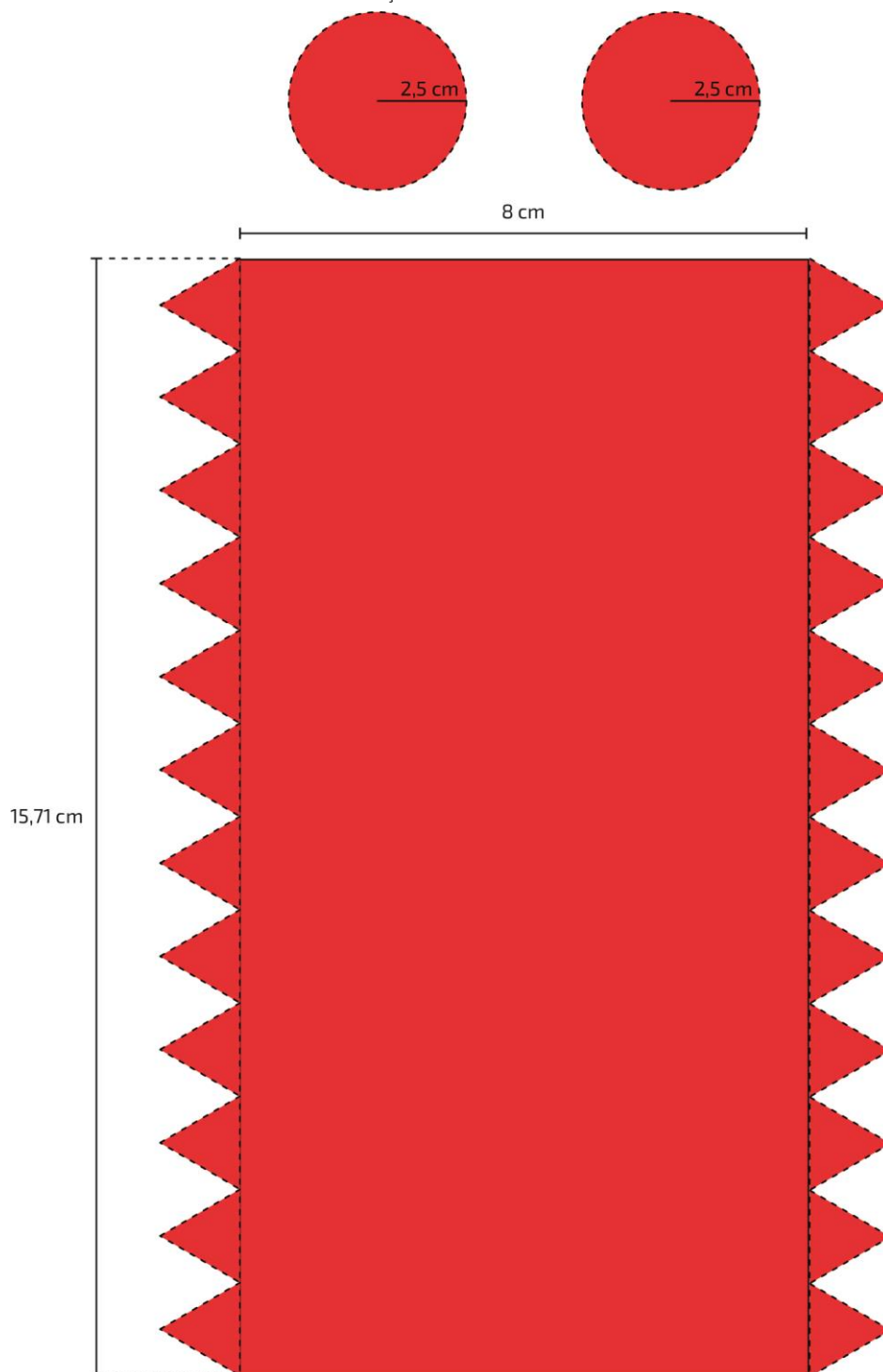
MOLDE 1 (Prisma regular de base hexagonal)

Ilustração: Carmen Martinez



MOLDE 2 (Cilindro reto)

Ilustração: Carmen Martinez



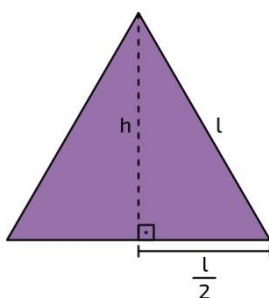
### Atividade 1

Organize a turma em duplas. Distribua para cada aluno uma tesoura com pontas arredondadas, uma calculadora, um tubo de cola, um pedaço de cartolina (suficiente para colar as peças do molde) e uma cópia do **Molde 1** apresentado anteriormente. Oriente-os a colar o molde sobre a cartolina e a recortar as peças indicadas.

Promova uma discussão a respeito das medidas informadas nos moldes. Peça aos alunos que, com o auxílio da calculadora, determinem a medida da área dos retângulos e dos hexágonos regulares obtidos. Informe que os seis retângulos apresentam medidas iguais, do mesmo modo que os dois hexágonos regulares. Espera-se que eles concluam que a medida da área de cada retângulo é igual a  $21 \text{ cm}^2$  e que a medida da área de cada um dos hexágonos é igual a  $\frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ , ou seja, aproximadamente  $23,38 \text{ cm}^2$ . Leve-os a concluir que a medida da área da peça formada pelos seis retângulos é dada por  $6 \cdot 21 \text{ cm}^2$ , ou seja, é igual a  $126 \text{ cm}^2$ .

Nessa parte do desenvolvimento, os alunos podem sentir dificuldades em determinar a medida da área do hexágono. Explique que um hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros congruentes. Desse modo, a medida de sua área pode ser determinada pela multiplicação da medida da área de um desses triângulos por seis.

Ilustração: Carmen Martinez



Pelo teorema de Pitágoras, é possível definir a medida da altura de um triângulo equilátero como  $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ . Assim, a medida de sua área é dada por  $A = \frac{l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ . Portanto, a medida da área do hexágono regular é definida por  $A = 6 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$ . Deduza essa fórmula na lousa, explicando aos alunos o passo a passo para sua obtenção.

Orienta-os a montar o prisma com as peças do molde, prestando todo o auxílio necessário para tal. Com o prisma montado, questione os alunos a respeito da medida da área de cada uma de suas faces laterais e de cada uma de suas bases, percebendo se eles estabelecem uma conexão entre essas medidas e as medidas das áreas dos retângulos e dos hexágonos calculadas anteriormente. Esclareça que a medida da área lateral do prisma corresponde à soma das medidas das áreas de cada uma de suas faces laterais, ou seja, a medida da área lateral é igual à medida da área da peça formada pelos seis retângulos, ou seja,  $126 \text{ cm}^2$ .

Pergunte como seria possível determinar a medida do volume desse prisma, discutindo com a turma as opiniões apresentadas. Explique que a medida do volume de um prisma é determinada pela multiplicação entre a medida da área da base e a medida de sua altura. Por meio de questionamentos, leve os alunos a perceber que a medida da altura do prisma corresponde à medida da largura dos retângulos do molde, ou seja,  $7 \text{ cm}$ .

Sendo assim, a medida do volume do prisma é dada por  $V \simeq 23,38 \cdot 7$ , ou seja,  $V \simeq 163,66 \text{ cm}^3$ .

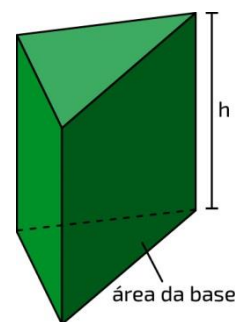
Ao final dessa atividade, os alunos devem concluir que a medida do volume de um prisma é determinada pela multiplicação entre a medida da área da base, que varia de acordo com o polígono que a constitui, e a medida de sua altura.

Sistematize na lousa o conceito a seguir.

A medida do volume  $V$  de um prisma, cuja medida da área da base é  $A_b$  e a medida da altura é  $h$ , é dada por:

$$V = A_b \cdot h$$

Ilustração: Carmen Martinez



Se julgar conveniente, proponha algumas atividades do livro do aluno que envolvam o cálculo da medida do volume de prismas, procurando trabalhar com prismas de base triangular, quadrada, pentagonal, entre outras.

### Atividade 2

Os mesmos procedimentos aplicados na atividade anterior devem agora ser utilizados com o cilindro, apresentado no **Molde 2**.

Peça aos alunos que determinem a medida da área do retângulo e de cada um dos círculos do molde, chegando aos valores  $125,68 \text{ cm}^2$  e aproximadamente  $19,63 \text{ cm}^2$ , respectivamente.

Auxilie-os na montagem do cilindro com as peças do molde. Após a obtenção da figura, pergunte quais seriam as medidas da área lateral, da área da base e do volume desse cilindro, explicando, do mesmo modo que ocorre no prisma, que a medida do volume de um cilindro é determinada pela multiplicação da medida da área de sua base pela medida de sua altura. A medida da altura, nesse caso, é igual à medida da largura do retângulo do molde, ou seja, 8 cm. Portanto, a medida do volume do cilindro obtido com as peças do molde é dada por  $V \simeq 19,63 \cdot 8 = 157,04$ , ou seja,  $V \simeq 157,04 \text{ cm}^3$ . Quanto à medida da área lateral, espera-se que eles relacionem esse valor à medida da área do retângulo representado no molde, ou seja, igual a  $125,68 \text{ cm}^2$ .

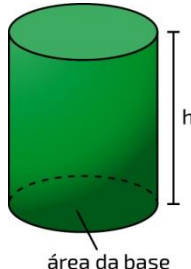
Ao final dessa atividade, os alunos devem concluir que a medida do volume de um cilindro é determinada pela multiplicação entre a medida da área da base, representada pela medida da área do círculo que a constitui e pela medida de sua altura.

Sistematize na lousa o conceito a seguir.

A medida do volume  $V$  de um cilindro, cuja medida da área da base é  $A_b$  e a medida da altura é  $h$ , é dada por:

$$V = A_b \cdot h = \pi r^2 h$$

Ilustração: Carmen Martinez



área da base

Se julgar conveniente, proponha algumas atividades do livro do aluno que envolvam o cálculo do volume de cilindros.

### 3ª etapa (1 aula: em média 50 minutos)

O objetivo dessa etapa é a fixação do conteúdo estudado na etapa anterior. Para isso, selecione algumas atividades e alguns problemas contextualizados que deverão ser resolvidos pelos alunos. Ao término das resoluções, proponha que as atividades sejam corrigidas por alunos diferentes, devendo estes apresentar, na lousa, para o restante dos colegas, os procedimentos utilizados em sua solução.

Se julgar conveniente, apresente aos alunos o **Princípio de Cavalieri**. Considere duas figuras geométricas espaciais quaisquer, com a mesma medida da altura, apoiadas sobre o mesmo plano horizontal  $\alpha$ . O Princípio de Cavalieri enuncia que, se qualquer plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$  determina, nessas figuras, regiões planas de mesma medida de área, então, as duas figuras possuem a mesma medida de volume.

### Avaliação

As questões abaixo irão auxiliá-lo na avaliação do desenvolvimento das habilidades trabalhadas nesta sequência pelos alunos. Você pode reproduzi-las na lousa ou fazer as perguntas aos alunos oralmente.

1. Considere um prisma cuja base é um quadrado com medida do comprimento do lado igual a 5 cm. Se a medida da altura do prisma é igual a 8 cm, qual é a medida do volume desse prisma?

A medida do volume desse prisma é igual a  $200 \text{ cm}^3$ .

2. Considere um cilindro cuja medida da altura seja igual a 30 m. Se o diâmetro da base é igual a 30 m, qual é a medida do volume desse cilindro?

A medida do volume desse cilindro é igual a, aproximadamente,  $21\,205,75 \text{ m}^3$ .

## Sequência didática 12

Seguem algumas questões que podem ser reproduzidas na lousa para auxiliar o aluno no processo de autoavaliação.

Autoavaliação	Sim	Não
Participei com empenho das atividades propostas pelo professor?		
Auxiliei meus colegas nas atividades em grupos?		
Identifiquei e diferenciei os prismas e os cilindros?		
Reconheci elementos de um prisma e de um cilindro?		
Calculei corretamente a medida do volume de prismas e de cilindros?		