

## Semelhança de figuras planas

Público-alvo: 6º ano

Duração: 3 aulas

Referência do Livro do Aluno: Capítulo 5

### Relevância para a aprendizagem

Os conceitos de ampliação e redução de figuras são importantes dentro e fora da Matemática, sendo relacionados ao estudo de medidas proporcionais e de semelhança. Esse assunto é bastante recorrente no cotidiano, podendo ser percebido em edificações, produtos manufaturados, imagens fotográficas, entre outros.

Na aula 1, os alunos deverão esboçar polígonos semelhantes a um polígono dado de acordo com alguma constante de proporcionalidade. Na aula 2, eles serão apresentados ao conceito de linha poligonal e determinarão constantes de proporcionalidade. Finalmente, na aula 3, que é opcional, os alunos poderão utilizar os conhecimentos assimilados em uma atividade no computador, com o auxílio do *software* livre Geogebra.

### Objetivos de aprendizagem

- Introduzir os conceitos de polígono, linha poligonal, semelhança de polígonos e razão de semelhança.
- Com base em um polígono, esboçar polígonos semelhantes, dada sua constante de proporcionalidade.
- Reconhecer a constante de proporcionalidade entre dois ou mais polígonos semelhantes.

### Material necessário

- Papel quadriculado e régua.
- Calculadora.
- Uma imagem (por exemplo, uma paisagem).
- *Software* Geogebra instalado nos computadores (pode-se utilizar também a versão *on-line*, disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc>>, acesso em: 4 out. 2018).
- Na falta do Geogebra, régua e folha impressa com figura de linhas poligonais semelhantes.

## Objetos de conhecimento e habilidades (BNCC)

| Objeto de conhecimento  | Habilidade  |
|---|---|
| Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas. | <b>(EF06MA21)</b> Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. |

## Desenvolvimento

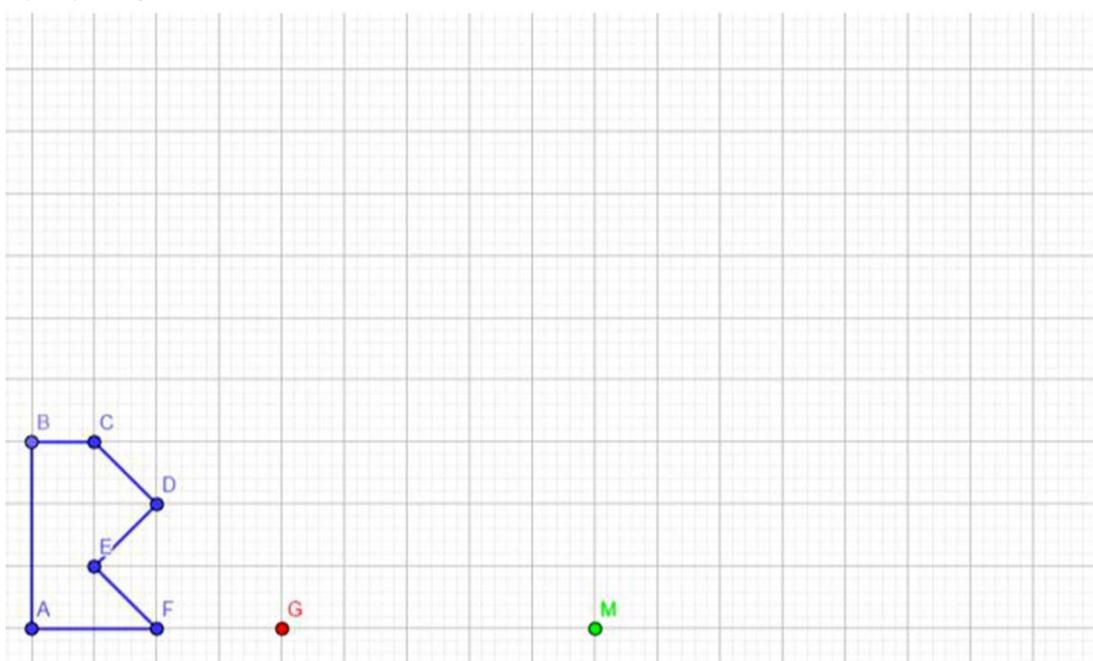
### Aula 1 – Desenhando figuras proporcionais

Duração: 50 minutos  
Local: sala de aula  
Organização dos alunos: individual  
Recursos e/ou material necessário: papel quadriculado e régua

Para iniciar a aula, pergunte aos alunos o que eles entendem por proporcionalidade. Desenhe um polígono na lousa (um retângulo, por exemplo). Peça a eles que imaginem uma figura proporcional ao retângulo e que descrevam o que estão pensando. Se for proposta uma ampliação, pergunte se poderia ser uma redução, ou vice-versa, para que eles compreendam que figuras geométricas proporcionais – o termo correto é semelhantes – podem advir de aumento ou redução das dimensões de uma figura original. Contextualize a atividade, fazendo-os lembrar de fotografias que podem ser apresentadas em diversos tamanhos.

Distribua a cópia de uma folha de papel quadriculado com o desenho abaixo para cada aluno.

Reprodução/Geogebra



## 2º bimestre – Sequência didática 3

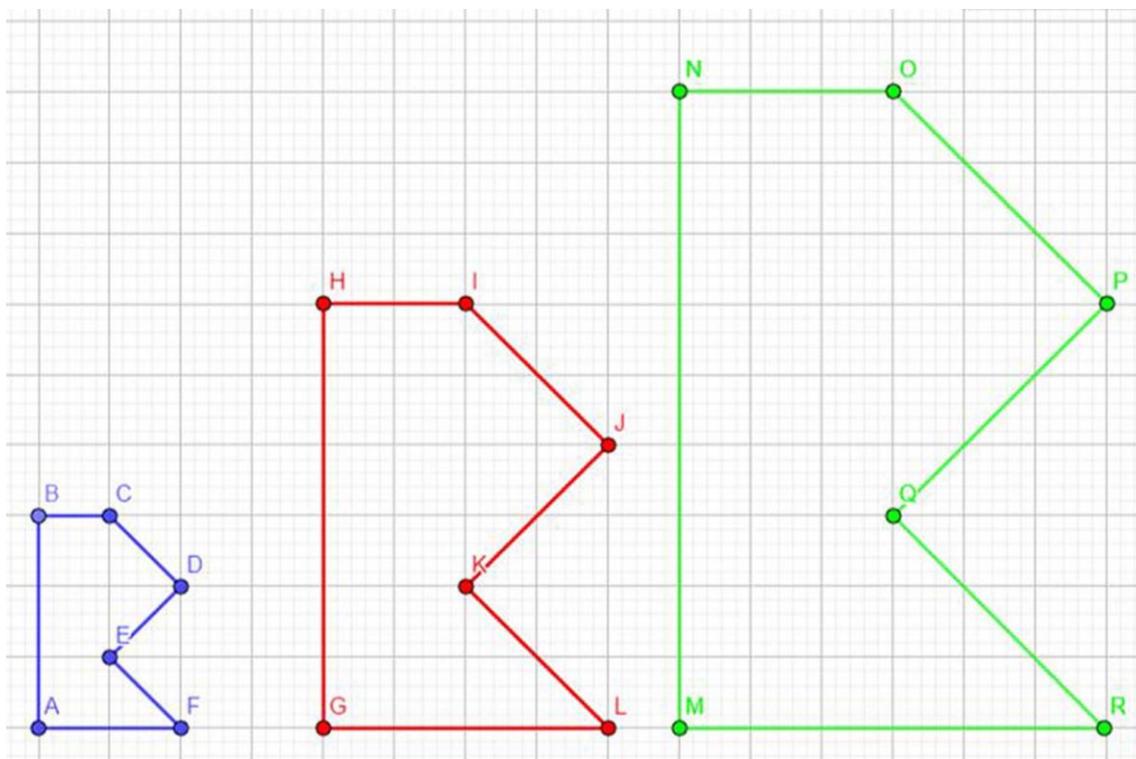
Na figura, estão desenhados o polígono  $ABCDEF$  e os pontos  $G$  e  $M$ . Aproveite para explicar aos alunos que um polígono é uma linha fechada formada apenas por segmentos de reta. Se julgar conveniente, desenhe na lousa alguns polígonos mais usuais na Geometria: triângulos, quadrados, retângulos, trapézios, losangos, pentágonos, hexágonos, etc.

Nesta atividade, os alunos deverão desenhar os polígonos  $GHIJKL$  e  $MNOPQR$ , semelhantes ao polígono  $ABCDEF$ . Oriente-os a medir todos os lados horizontais ( $AF = 2$  e  $BC = 1$ ) e também o lado vertical ( $AB = 3$ ) do polígono  $ABCDEF$ . Todas as medidas do polígono  $GHIJKL$  devem ser o dobro das medidas do polígono  $ABCDEF$ . Peça que tentem desenhar o polígono  $GHIJKL$ , sem, contudo, dar-lhes a resposta. Explique a eles que os segmentos de reta traçados serão proporcionais aos segmentos de reta do polígono  $ABCDEF$ .

Ajude os alunos a traçar os segmentos de reta na diagonal e responda a eventuais dúvidas que tenham. Ao final, explique a eles que existe um número que define a razão de semelhança entre os polígonos, o qual se chama constante de proporcionalidade  $k$ . Entre os polígonos  $ABCDEF$  e  $GHIJKL$ , verifica-se que  $k = 2$  se considerarmos a ampliação. É importante também ressaltar que o polígono  $ABCDEF$  é semelhante a  $GHIJKL$  e não a  $HIJKLG$ . O ponto  $A$  é correspondente a  $G$ ,  $B$  a  $H$  e assim sucessivamente. Esta é uma informação importante, pois permite que o aluno compreenda que  $AB$  é proporcional a  $GH$  e não a outro lado do polígono  $GHIJKL$ .

Em seguida, os grupos devem construir o polígono  $MNOPQR$ . A razão de semelhança entre os polígonos  $ABCDEF$  e  $MNOPQR$  é 3, ou seja, as medidas de  $MNOPQR$  são o triplo das medidas de  $ABCDEF$ . Peça aos alunos que multipliquem as medidas horizontais e as verticais de  $ABCDEF$  por 3. O resultado final deve ser igual ao apresentado na figura a seguir.

Reprodução/Geogebra



Solicite aos alunos que socializem suas construções e que discutam eventuais erros, tentando entender o raciocínio empregado e valorizando as estratégias, independentemente do erro ou do acerto. Ao final, apresente as construções corretas a eles, relacionando-as às colocações de cada aluno.

## Aula 2 – Linha poligonal

Duração: 50 minutos

Local: sala de aula ou laboratório de informática

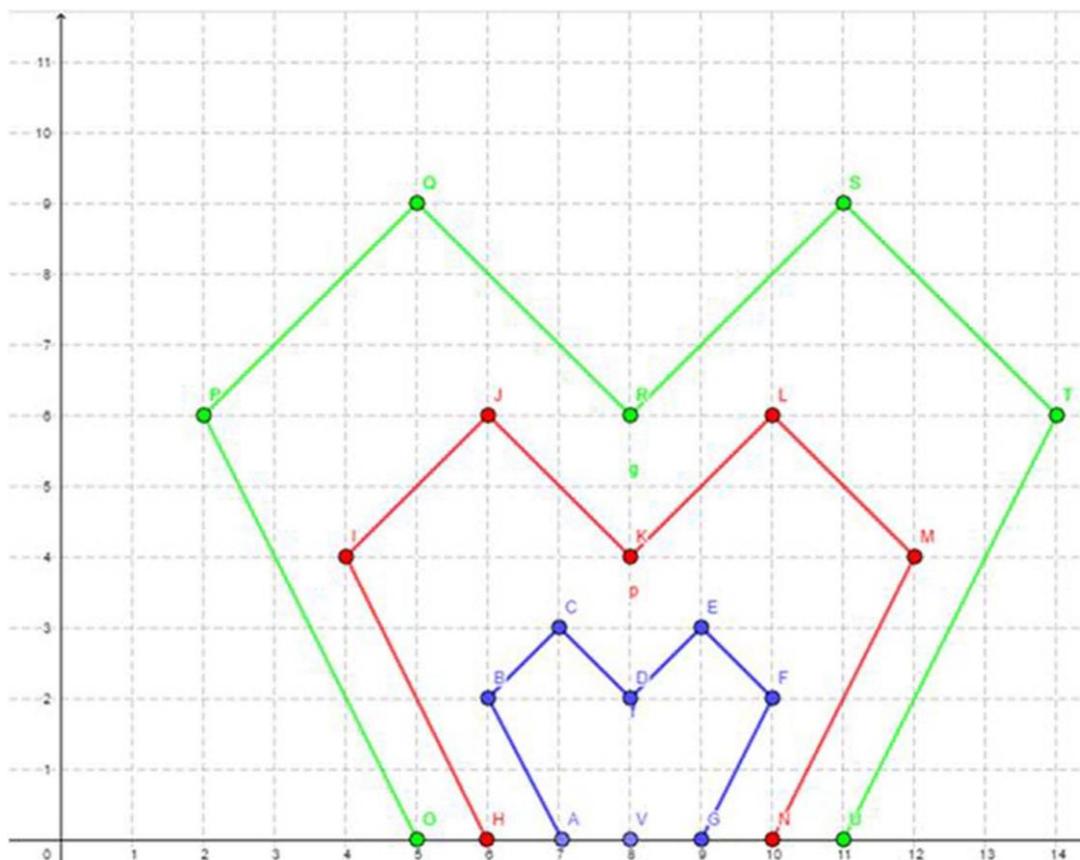
Organização dos alunos: em duplas

Recursos e/ou material necessário: *software* Geogebra ou régua e folha impressa com figura de linhas poligonais semelhantes

Se for possível, leve os alunos ao laboratório de informática da escola, separando-os em uma dupla para cada computador. Se não for possível, imprima uma cópia do desenho para cada dupla.

## 2º bimestre – Sequência didática 3

Reprodução/Geogebra



Explique aos alunos que  $ABCDEF$ ,  $HIJKLMN$  e  $OPQRSTU$  são linhas poligonais, pois trata-se de linhas formadas por segmentos de reta. Ressalte que não há segmentos de reta ligando os pontos  $A$  e  $G$ ,  $H$  e  $N$  nem  $O$  e  $U$ .

Note que nenhum segmento de reta de nenhuma das 3 linhas poligonais pode ser determinado, tomando-se medidas em qualquer um dos eixos cartesianos, pois nenhum deles é paralelo aos eixos  $x$  e  $y$ . Isso vai exigir que os alunos pensem em estratégias para resolver os questionamentos a seguir.

- Qual é a constante de proporcionalidade entre as medidas das linhas poligonais em  $HIJKLMN$  e  $ABCDEF$ , nesta ordem?

A resposta é 2. Como foi estudado nas aulas anteriores, a constante de proporcionalidade deve ser obtida dividindo-se as medidas dos segmentos de reta correspondentes. Há várias formas de se obter essa informação. Algumas possibilidades:

1. Divida a medida  $HN = 4$  pela medida  $AG = 2$ , obtendo  $k = \frac{4}{2} = 2$ .
2. Os segmentos de reta  $AB$  e  $HI$  são correspondentes. Para se deslocar de  $A$  para  $B$ , percorrem-se 1 quadradinho na horizontal e 2 quadradinhos na vertical. De  $H$  para  $I$  percorrem-se

## 2º bimestre – Sequência didática 3

2 quadradinhos na horizontal e 4 quadradinhos na vertical. Dessa forma, é possível perceber que tanto o deslocamento horizontal quanto o vertical dobram de tamanho, ou seja, a constante de proporcionalidade é 2. Este artifício pode ser feito com quaisquer pares de segmentos de reta correspondentes, observando tanto seu deslocamento horizontal quanto seu deslocamento vertical.

- Qual é a constante de proporcionalidade entre as medidas das linhas poligonais em  $OPQRSTU$  e  $ABCDEFGG$ , nesta ordem?

A resposta é 3. As mesmas estratégias anteriores podem ser usadas aqui para encontrar esse valor.

Numa segunda atividade, pergunte aos alunos se os pontos  $C$ ,  $J$  e  $Q$  estão alinhados. Se estiver disponível o uso do Geogebra, peça que selecionem o comando “Reta” e passe uma reta por esses 3 pontos. O ponto  $V$ , que se encontra no ponto médio entre  $A$  e  $G$ , também estará contido na reta. Se estiver na sala de aula, peça aos alunos que liguem os pontos com auxílio de uma régua. Pergunte a eles por que esse alinhamento acontece e discuta as ideias apresentadas. Não é necessário uma conclusão para a resposta, contudo é importante que eles articulem estratégias para resolver problemas deste tipo.

### Aula 3 – Brincando com o Geogebra (aula opcional)

Duração: 50 minutos

Local: laboratório de informática

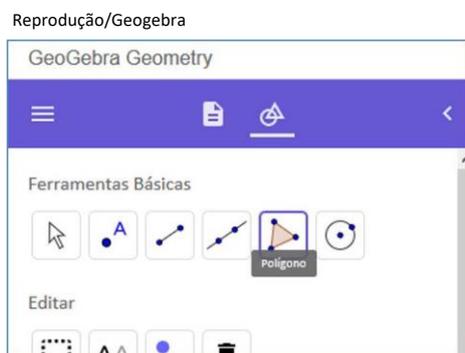
Organização dos alunos: individual ou em duplas, no laboratório de informática da escola (se houver um)

Recursos e/ou material necessário: calculadora, uma imagem (por exemplo, uma paisagem) e o *software* Geogebra instalado nos computadores (pode-se utilizar também a versão *on-line*, disponível em:

<<https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc>>, acesso em: 4 out. 2018)

Nesta aula será utilizado o *software* Geogebra para a construção de polígonos semelhantes. Se não estiver habituado com o aplicativo, explore-o em casa antes da aula, baixando o *software*, ou utilize-o em sua versão *on-line*. Indique os seguintes passos para os alunos.

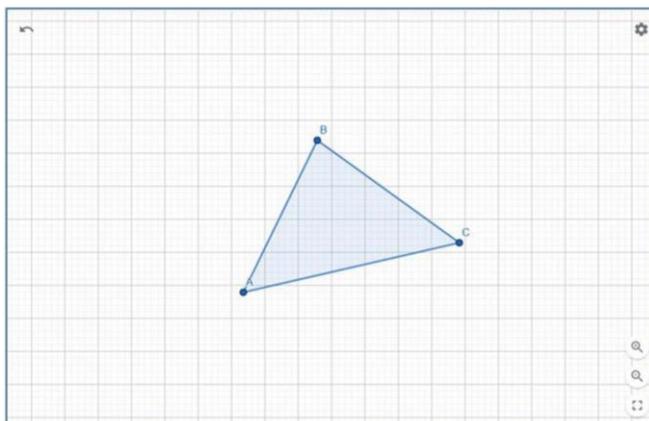
1º passo: Na barra de ferramentas básicas (à esquerda da tela), selecione a opção “Polígono”.



## 2º bimestre – Sequência didática 3

Em seguida, você vai desenhar um triângulo (não muito grande) no centro da tela. Para isso, marque 3 pontos e retorne ao primeiro ponto. Você deve obter uma figura parecida com esta a seguir.

Reprodução/Geogebra



2º passo: Clique na opção “Homotetia” na barra de ferramentas. Em seguida, clique no triângulo desenhado e, depois, clique em um ponto à direita desse triângulo (2 ou 3 quadradinhos para a direita). Aparecerá uma janela: digite o fator “2”.

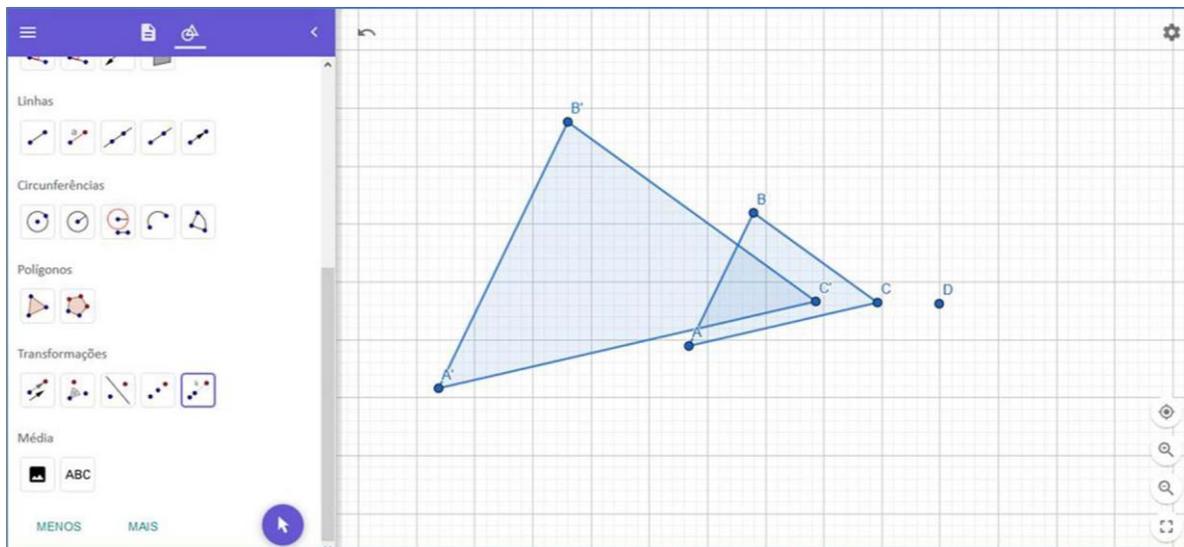
Reprodução/Geogebra



Caso os alunos não conheçam o termo homotetia, comente que significa uma transformação geométrica que amplia ou reduz a imagem original. Confira com eles, ao terminar esses passos, se foi desenhado um triângulo semelhante ao triângulo original e questione-os sobre a constante de proporcionalidade ( $k = 2$ , o fator inserido).

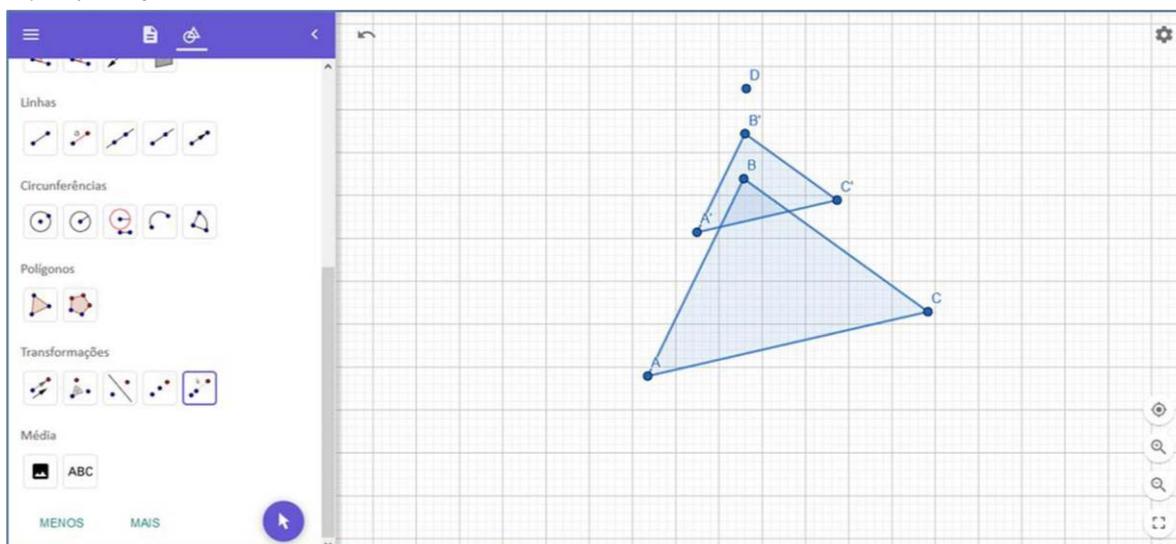
## 2º bimestre – Sequência didática 3

Reprodução/Geogebra



3º passo: Repita o passo anterior, porém marque um ponto acima do triângulo original (2 ou 3 quadradinhos para cima) e escolha o fator “0.5”. Verifique com a turma se foi desenhado um triângulo semelhante ao triângulo original, porém com metade das medidas de comprimento dos lados do triângulo original.

Reprodução/Geogebra



Retome brevemente com os alunos a ideia de decimais, estudada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, indicando que 0.5 representa a metade de 1. O importante é que os alunos entendam que, mudando o “fator”, mudamos a relação entre as medidas de comprimento dos lados da figura original e da figura obtida.

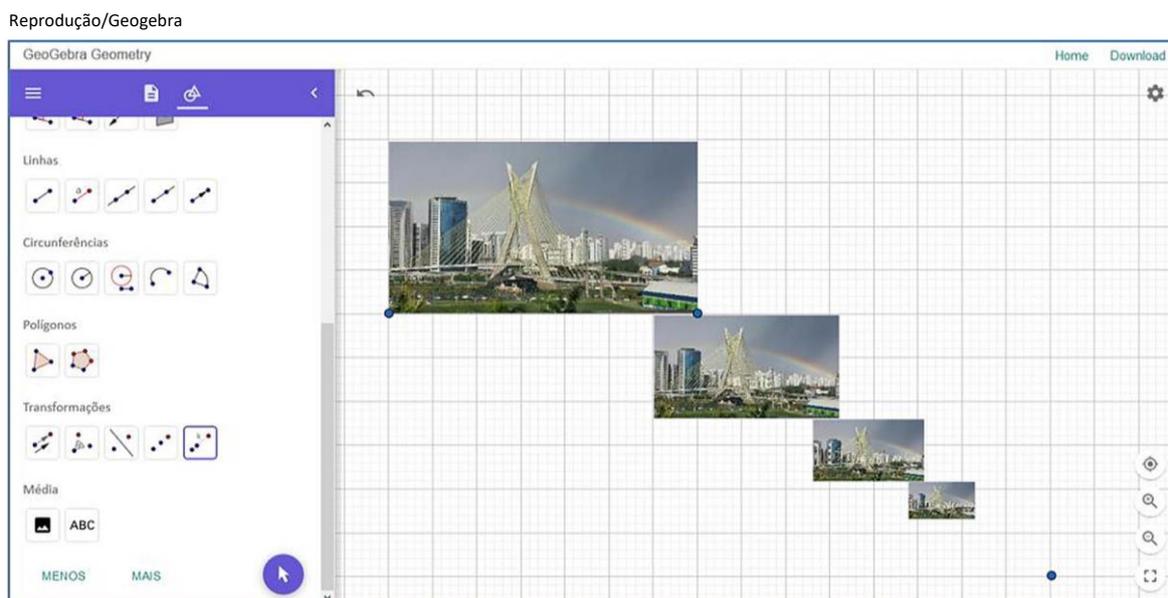
## 2º bimestre – Sequência didática 3

4º passo: Inicie um novo trabalho; para isso, clique em “Novo” no menu à esquerda da tela, na parte superior, e salve seu trabalho no local desejado.

5º passo: Insira uma imagem na tela do Geogebra clicando em “Inserir imagens” na barra de ferramentas. Você precisará selecionar uma imagem que está salva no computador.



Repita o 2º passo, porém escolhendo fatores diferentes de “2” e “0.5”. Observe que a ampliação ou a redução entre as figuras está associada ao “fator” escolhido.



Lembre de orientar os alunos a salvar seus trabalhos ao final da atividade.

## Aferição do objetivo de aprendizagem

Os alunos devem ser avaliados ao longo de todas as atividades propostas. Verifique a maneira como se relacionam em duplas, se compreendem a diferença entre polígonos e linhas poligonais, se percebem as relações de proporcionalidade com base nos valores indicados e se conseguem estabelecer estratégias para descobrir constantes de proporcionalidade.

### Questões para auxiliar na aferição

1. Em uma folha de papel quadriculado, desenhe um quadrilátero (polígono de 4 lados). Em seguida, desenhe um polígono ampliado, cuja constante de proporcionalidade seja 2 em relação ao anterior.
2. Considere que os triângulos  $ABC$  e  $DEF$  são semelhantes. Se  $AB$ , de medida 4, e  $DE$ , de medida 20, são lados correspondentes, qual é a razão de semelhança ou a constante de proporcionalidade entre eles?

### Gabarito das questões

1. Resposta pessoal.
2. 5