

Diminuição de gastos usando variáveis e incógnitas

Público-alvo: 7º ano

Duração: 4 aulas

Referência do Livro do Aluno: Capítulo 4

Relevância para a aprendizagem

As expressões algébricas fazem parte do cotidiano de forma discreta e são extremamente importantes para a resolução de problemas e compreensão de situações do dia a dia. Os gastos mensais de uma residência, que serão discutidos nesta sequência didática, são um exemplo. Compostas por variáveis, tais expressões se alteram justamente por não apresentarem apenas valores constantes. Contas de água e esgotos, energia elétrica, internet, aluguel, entre outras, podem compor expressões desse tipo.

Do mesmo modo, também é possível encontrar situações cotidianas em que é necessária a resolução de equações para determinar um valor desconhecido que está sob estudo, denominado incógnita. Ainda no contexto das despesas de uma residência, basta fixarmos algumas variáveis e nos perguntarmos quanto deveria valer uma delas em função de um resultado fixo que nos deparamos com a resolução de problemas com o objetivo de determinar um valor específico.

Assim, esta sequência didática tem como objetivo estudar esses conceitos ao mesmo tempo que analisa uma situação pertinente do contexto familiar dos alunos, incentivando a educação financeira e o consumo consciente de alguns recursos naturais.

Objetivos de aprendizagem

- Compreender o conceito de incógnita e de variável e saber diferenciá-los.
- Traduzir a linguagem usual de uma questão cotidiana para uma expressão algébrica.
- Dada uma expressão algébrica, calcular um valor numérico dela.
- Entender a ideia de equação de 1º grau e usar este conceito em problemas do cotidiano.

Material necessário

- contas de consumo e gastos residenciais (peça aos alunos que tragam nessa aula)
- folha de papel A3 (uma por aluno)
- canetinhas
- lápis de cor
- régua

Objetos de conhecimento e habilidades (BNCC)

Objetos de conhecimento	Habilidades
Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
Equações polinomiais do 1º grau.	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Desenvolvimento

Aula 1 – Variável

Duração: 50 minutos
Local: sala de aula
Organização dos alunos: individual
Recursos e/ou material necessário: lápis, borracha, caderno, contas de consumo e gastos residenciais

Antes do início da aula, peça aos alunos que peguem algumas contas de consumo residencial, como água e esgotos, energia elétrica e internet, além de alguns outros gastos, como aluguel e IPTU.

Inicie a aula atribuindo uma letra diferente para cada uma dessas contas de consumo/gastos residenciais, como no exemplo a seguir:

x : água e esgotos

y : energia elétrica

z : internet

w : IPTU

2º bimestre – Sequência didática 1

É importante que todos os tipos de conta tenham uma letra associada para que os alunos consigam trabalhar com o próprio material. Pergunte aos alunos qual é o valor de x , y , z e w , etc., na casa deles em determinado mês. Solicite que escrevam essas quantidades no caderno, como neste exemplo (em reais):

$$x = 60$$

$$y = 100$$

$$z = 40$$

$$w = 80$$

Então, questione-os sobre como se pode escrever o gasto com água e esgotos e energia elétrica, utilizando apenas as letras (que, a partir de agora, chamaremos de variáveis). A turma deve perceber que, nesse exemplo, essa representação pode ser dada por $x + y$, que é uma expressão algébrica com duas variáveis. Peça que escrevam outras expressões algébricas com os 4 gastos mensais, como os de água e esgotos e internet ($x + z$), internet e IPTU ($z + w$), água e esgotos, energia elétrica e internet ($x + y + z$), ou todos os gastos (o que, neste exemplo, é dado por $x + y + z + w$).

Questione se os valores de x , y , z e w são fixos para todos os meses do ano e ajude-os a perceber, por meio de uma conversa, que a cada mês o valor pode (ou não) ser alterado. É interessante que percebam que, possivelmente, o gasto com água e esgotos seja maior nos meses de verão e menor nos meses de inverno, e que pode ocorrer o inverso com o consumo de energia elétrica. Por outro lado, o gasto com internet tende a sofrer pequenas oscilações ao longo do ano. Aproveite este momento para incentivar os alunos a argumentar e explicitar motivos que levam a essas variações para cada uma das contas especificadas, destacando aspectos regionais.

Após a discussão, conclua com a turma que não é possível determinar o valor total das contas para todos os meses, justamente pelas possíveis variações que ocorrem em determinadas épocas do ano. Por conta dessas variações, damos o nome de variáveis às letras escolhidas para cada gasto. Assim, a variável não possui um valor fixo e pode alterar o valor total da expressão algébrica.

O que aconteceria com as expressões algébricas anteriores se a conta de água e esgotos dobrasse em determinado mês de verão? Peça aos alunos que as reescrevam, utilizando seus próprios valores. No nosso exemplo, algumas respostas poderiam ser apresentadas da seguinte forma:

Gasto com água e esgotos e energia elétrica (em reais)

$$2x + y = 2 \cdot 60 + 100 = 120 + 100 = 220$$

Gasto mensal total (em reais)

$$2x + y + z + w = 2 \cdot 60 + 100 + 40 + 80 = 120 + 100 + 40 + 80 = 340$$

2º bimestre – Sequência didática 1

Faça o mesmo exercício, destacando agora o que aconteceria se a conta de energia elétrica aumentasse em 20 reais. Para os valores do exemplo, algumas respostas seriam:

Gasto com água e esgotos e energia elétrica (em reais)

$$x + y + 20 = 60 + 100 + 20 = 180$$

Gasto mensal total (em reais)

$$x + y + 20 + z + w = 60 + 100 + 20 + 40 + 80 = 300$$

Se houver tempo, peça a eles que reescrevam as expressões caso a conta de energia elétrica reduzisse o seu valor pela metade ou se o valor da conta da internet diminuísse em 10 reais. As respostas, para os valores de exemplo, estão descritas abaixo:

a) Conta de energia elétrica reduzida pela metade

Gasto com água e esgotos e energia elétrica (em reais)

$$x + 0,5 \cdot y = 60 + 0,5 \cdot 100 = 60 + 50 = 110$$

Gasto mensal total (em reais)

$$x + 0,5 \cdot y + z + w = 60 + 50 + 40 + 80 = 230$$

b) Conta de internet com diminuição de 10 reais

Gasto com água e esgotos e energia elétrica (em reais)

$$x + y = 60 + 100 = 160$$

Gasto mensal total (em reais)

$$x + y + z - 10 + w = 60 + 100 + 40 - 10 + 80 = 270$$

É importante que o professor explique aos alunos que, em todas as situações estudadas nesta aula, as variáveis x , y , z e w não foram utilizadas em equações ou inequações, mas em expressões algébricas/numéricas. Isso determina uma diferença entre os conceitos de variáveis e incógnitas, que serão estudadas na próxima aula. Ao final da aula, peça aos alunos que guardem suas contas, pois elas serão retomadas na última aula desta sequência didática.

Aula 2 – Incógnita

Duração: 50 minutos
Local: sala de aula
Organização dos alunos: individual
Recursos e/ou material necessário: lápis, borracha e caderno

Nesta aula será discutido o conceito de incógnita. Um dos objetivos é que os alunos percebam que a variável compõe as expressões numéricas e pode assumir diversos valores (em algumas situações, infinitos valores), enquanto a incógnita compõe equações e inequações e possui um ou mais valores fixos.

Atividade 1: Determinando o gasto com energia elétrica (25 minutos)

Proponha uma primeira situação-problema aos alunos:

Em uma casa, gastam-se R\$ 60,00 com a conta de água e esgotos todos os meses e deseja-se que o gasto total com as contas de água e esgotos e energia elétrica seja de R\$ 140,00. Qual deve ser o gasto máximo com energia elétrica para atingir o objetivo proposto?

Resolução

Peça aos alunos que tentem resolver o problema. Se desejar, nomeie o gasto com a conta de energia elétrica com a letra x . Ela representa uma incógnita, que é um valor fixo a ser determinado (diferentemente da variável).

x : gasto com a conta de energia elétrica

Em seguida, é necessário modelar a situação dada:

$$60 + x = 140$$

$$x = 80$$

Ou seja, o gasto máximo com a conta de energia elétrica deve ser de R\$ 80,00.

Ao final dessa atividade, proponha uma pequena variante:

Em uma casa, gastam-se R\$ 60,00 com a conta de água e esgotos todos os meses e deseja-se que o gasto total com essa conta e com a de energia elétrica somadas seja de R\$ 140,00. Houve uma economia de R\$ 10,00 com a conta de água e esgotos em determinado mês. Qual deve ser o gasto máximo com energia elétrica, nesse mês, para atingir o objetivo proposto?

Resolução

Orienta os alunos para que resolvam a situação com essa modificação. Sendo x o valor da conta de energia elétrica em reais, tem-se que:

2º bimestre – Sequência didática 1

conta de água e esgotos: $60 - 10 = 50$ reais

$$x + 50 = 140$$

$$x = 90$$

Deve-se, portanto, gastar no máximo R\$ 90,00 com energia elétrica.

Atividade 2: Determinando o gasto com aluguel (25 minutos)

Enuncie a situação-problema abaixo:

João gasta, mensalmente, R\$ 40,00 com a conta de água e esgotos, R\$ 60,00 com a de energia elétrica, R\$ 50,00 com a de internet e R\$ 800,00 com aluguel. Ele quer se mudar para um local em que essas despesas se mantenham, porém deseja que o valor do aluguel seja menor. Se pretende gastar no máximo R\$ 900,00 com todas essas despesas (incluindo o aluguel), quanto deve ser o valor máximo do novo aluguel?

Resolução

João gasta $40 + 60 + 50 = 150$ reais com água e esgotos, energia elétrica e internet. Sendo x o valor máximo gasto com aluguel, tem-se que:

$$x + 150 = 900$$

$$x = 750$$

João deve procurar um imóvel com aluguel igual ou inferior a R\$ 750,00.

Pode-se ainda introduzir uma pequena alteração na situação-problema dada:

João gasta, mensalmente, R\$ 40,00 com a conta de água e esgotos, R\$ 60,00 com a de energia elétrica e R\$ 50,00 com a de internet. Ele possui um telefone celular e comprou outro para sua esposa, mas deseja que ambos gerem as mesmas despesas. Quanto será esse valor, se pretende gastar R\$ 410,00 com as despesas com água e esgotos, energia elétrica, internet e telefone celular?

Resolução

Sendo x a despesa com um telefone celular (que é igual à despesa com o outro), pode-se modelar o problema da seguinte forma:

$$40 + 60 + 50 + x + x = 410$$

$$150 + 2x = 410$$

$$2x = 260$$

$$x = 130$$

Ele deve gastar R\$ 130,00 com cada telefone celular.

2º bimestre – Sequência didática 1

Aulas 3 e 4 – Avaliando gastos

Duração: 100 minutos

Local: sala de aula

Organização dos alunos: individual (início da aula) e em roda (para elaboração dos cartazes)

Recursos e/ou material necessário: lápis, borracha e caderno, folhas de tamanho A3, canetinhas, régua, lápis de cor

Nesta aula os alunos discutirão a respeito de Educação financeira e consumo consciente, com base nos conhecimentos adquiridos ao longo desta sequência didática, para tentar diminuir os gastos com as despesas residenciais.

Inicie a aula pedindo aos alunos que cada um calcule os gastos mensais familiares com contas de energia elétrica, água e esgotos e internet, usando como parâmetro os dois últimos meses. Caso algum aluno não possua uma das contas residenciais necessárias para compor esse cálculo, peça a ele que faça uma estimativa, discutindo os gastos com os colegas.

Em seguida, apresente a tabela abaixo e peça que preencham com os dados indicados. Na primeira linha, os alunos devem indicar o valor gasto com cada uma dessas contas e o gasto total atual. Em seguida, peça que calculem o valor que seria pago em cada conta com uma redução de $\frac{1}{10}$ do valor total. Para uma conta com o valor x , esse cálculo pode ser feito com a expressão $x - \frac{x}{10}$ ou expressões equivalentes, como $x - 0,1x$ ou $0,9x$. Caso julgue necessário, retome com os alunos algumas ideias envolvendo frações.

Gastos residenciais

	Energia elétrica	Água e esgotos	Internet	Gastos totais
Valor atual				
Redução de $\frac{1}{10}$				
Redução de $\frac{1}{5}$				
Redução de $\frac{1}{4}$				

Tabela elaborada para fins didáticos.

Em seguida, peça que preencham também as linhas referentes a uma redução de $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{4}$, percebendo assim o valor da economia a partir dessa diminuição de consumo. Como os cálculos para essas contas residenciais podem não ser lineares, a redução de $\frac{1}{10}$ do valor da conta não indica necessariamente uma redução de $\frac{1}{10}$ do consumo. Isso precisa ser considerado com os alunos, mas os valores ainda indicam o impacto de algumas ações que privilegiam um consumo mais consciente.

2º bimestre – Sequência didática 1

Ao final desta tarefa, peça aos alunos que elaborem um pequeno cartaz em uma folha de papel A3, apresentando os valores expostos na tabela e considerações finais interessantes (como é possível atingir essa economia, como o valor economizado pode ser utilizado, qual é o impacto de um consumo consciente, etc.). É importante que os alunos discutam para desenvolver essa tarefa, então, mesmo que o cartaz seja confeccionado de modo individual, os alunos podem ficar em rodas para que troquem informações e opiniões.

No final, peça a eles que levem esse cartaz para casa e apresentem aos familiares, discutindo os conceitos que foram vistos em sala de aula e as propostas que podem incentivar um consumo mais consciente, bem como suas vantagens, tanto financeiras como ambientais.

Aferição do objetivo de aprendizagem

No decorrer das discussões, avalie a capacidade que os alunos apresentam de interpretar os conceitos de incógnita e variável, como relacionam a variável em expressões algébricas a situações cotidianas, o desenvolvimento dos cálculos em equações e a habilidade de trabalhar em equipe. Observe se conseguem reconhecer as diferenças nas situações apresentadas e perceber a necessidade de diminuir o consumo de energia elétrica, água e esgotos, internet, etc. como um método de economia. Procure registrar os diálogos estabelecidos, recolher os registros de estratégias produzidos pelas duplas, e incentive todos a contribuir com as discussões.

Sugerimos, também, que os alunos sejam convidados a elaborar uma autoavaliação de sua participação nas etapas do trabalho, pedindo a eles que respondam perguntas, como: “Qual foi a sua participação nas atividades realizadas?”; “Você participou das discussões?”; “Você reconhece a diferença entre os conceitos de variável e de incógnita?”; “E de expressões algébricas e equações?”; “Você acha que é importante um consumo consciente? Isso influencia no aspecto financeiro familiar?”; “Quais foram seus maiores aprendizados?”. Tais perguntas podem ajudar os alunos a expressar seus aprendizados ao longo da sequência didática.

2º bimestre – Sequência didática 1

Questões para auxiliar na aferição

1. José deve pagar, em determinado mês, x reais de água e esgotos, y reais de energia elétrica, z reais de aluguel e w reais de internet.
 - a) Qual a expressão algébrica que representa o gasto com água e esgotos, energia elétrica e aluguel nesse mês?
 - b) Se no mês seguinte o valor da conta de energia elétrica foi o mesmo, o valor da conta de água e esgotos teve um aumento de 5 reais e o valor da conta de internet teve uma diminuição de 15 reais, qual expressão algébrica representará o gasto com água e esgotos, energia elétrica, aluguel e internet?
2. Carlos gasta mensalmente x reais com alimentação, y reais com transporte e z reais com moradia.
 - a) Em determinado mês houve um aumento de 50 reais no gasto com alimentação e uma diminuição de 10 reais com transporte. Escreva a expressão algébrica referente à soma dos gastos com alimentação, transporte e moradia nesse mês.
 - b) Em outro mês, Carlos dispenderá 170 reais com transporte e 300 reais com moradia. Como ele tem 600 reais nesse mês, de quanto poderá ser, no máximo, sua despesa com alimentação?

Gabarito das questões

1.
 - a) $x + y + z$
 - b) $x + 5 + y + z + w - 15 = x + y + z + w - 10$
2.
 - a) $x + 50 + y - 10 + z = x + y + z + 40$
 - b) $x + 170 + 300 = 600$
 $x = 130$
Sua despesa com alimentação poderá ser, no máximo, de 130 reais.